再分配政策，公的債務と内生的成長

麻　生　裕　貴

神戸学院経済学論集

第55巻　第１・２号　抜刷

令和５年11月発行

再分配政策，公的債務と内生的成長

麻　生　裕　貴*

要約

公的債務と労働の異質性を導入した内生的成長モデルを構築することで，本研究は公債発行率および再分配政策が財政の維持可能性と経済成長率に与える影響を分析している。公債発行率が十分に低い場合，経済は安定的な定常状態へと収束する。一方で，公債発行率が上昇すると，公的債務・資本比率は増加し，財政の維持可能性および経済成長率は悪化する。さらに，本研究は非熟練労働者に対する所得再分配の増加は，非熟練労働者の貯蓄を増加させることを明らかにしている。この貯蓄の増加は資本蓄積を促進し，その結果，経済成長率および財政の維持可能性は改善する。しかしながら，数値分析を行った結果，その効果は極めて小さいことが明らかとなった。この結果は，財政の改善にとって，必ずしも再分配政策が効率的な手段ではないことを示唆している。

Keywords: 再分配政策，公的債務，内生的成長，労働の異質性

1. はじめに

令和2年度において，新型コロナウイルスの対策費用を計上したことで，日本政府は過去に類を見ないほどの大規模な予算を採択した。その額はおよそ147.6兆円であり，この内の108.6兆円は公債発行によって賄われた。この大規模な予算は，減少はみられるものの数年にわたって維持されており，公債発行額も令和2年度から令和5年度にかけて，各年度100兆円を超えている。日本

* 神戸学院大学経済学部経済学科，神戸大学大学院経済学研究科研究員

に限らず，各先進国でも新型コロナウイルスの対策費用の財源確保のために，多額の公債を発行しており，各国ともGDPに対する債務残高比率は大幅に上昇している[(1)]。このように，日本をはじめとして先進国の多くでは財政赤字が膨らんでおり，財政破綻が危惧されている。公債発行が財政維持可能性および経済成長に与える影響を明らかにすることは，財政赤字が膨らみ続けている先進国にとって，喫緊の課題である。経済学において，公債発行が経済成長および財政の維持可能性に与える影響については，これまで多くの理論的分析がなされてきた。

公的債務と経済成長率を分析した研究には，Saint-Paul（1992），Futagami, Iwaisako, and Ohdoi（2008），Greiner（2013），Ueshina（2018）などが挙げられる。Saint-Paul（1992）では，シンプルな内生的成長モデルを構築することで，GDPに対する公的債務比率の上昇が経済成長を阻害することを示している。Futagami, Iwaisako, and Ohdoi（2008）は低成長の均衡と高成長の均衡の２つが存在することを示しており，先進国のような高成長の国では，公債ではなく税収を主な財源としたほうが成長率をより高くできることを明らかにしている。Greiner（2013）は国債の発行は公共投資のような政府支出にのみ可能であるという仮定を導入することで，GDPに対する公的債務比率と経済成長率には逆U字型の関係があることを明らかにしている。一方で，Ueshina（2018）では，Greiner（2013）モデルを用いることで，安定的な均衡と不安定な均衡が存在すること，そして，公的債務でファイナンスされる公的投資を仮定したとしても経済成長率を最大化させる税率が厚生を最大にする税率よりも大きいことを明らかにしている[(2)]。

（１） 財務省の「財政に関する資料」によれば，令和５年度における各国のGDPに対する債務残高比率は，日本で258.2％，米国で122.2％，英国で106.2％，ドイツで67.2％，フランスで111.4％，イタリアで140.3％，カナダで105.1％である。（出所：財政に関する資料：財務省 mof.go.jp）

（２） 公的債務の使い道を公的投資のみに限定するルールを財政の黄金律といい，Minea（2009）やUeshina and Nakamura（2019）でも，この財政の黄金律を採用し

公的債務および経済成長と財政の維持可能性を分析した代表的な研究にBräuninger（2005）がある。彼は公的債務と内生的成長を考慮した世代重複モデルを用いることで，公債発行が財政の維持可能性と経済成長に及ぼす影響について理論的に分析している。彼の研究によれば，GDP（Gross Domestic Product）に対する財政赤字比率の増加は税率を増加させ，それが資本蓄積を阻害することで，経済成長を悪化させることが示されている。その結果，公債発行の増加は公的債務蓄積の増加と資本蓄積の減少により，財政の維持可能性を悪化させることを明らかにしている。Yakita（2008）では，公的資本を考慮した世代重複モデルをもちいることで，公的債務・公的資本比率が十分に高い経済において，財政の安定性が維持されることを指摘している。Arai（2011）では，Bräuninger（2005）モデルに，フローとしての公共投資を導入することで，公的債務が経済成長に与える影響を分析している。彼はGDPに対する公的支出の比率と財政の安定性は逆U字型の関係にあり，その比率が十分に小さい場合において，公的支出の増加は財政の安定性と経済成長率を促進することを明らかにしている。

上記で示したように，公的債務，経済成長率および財政の維持可能性については多くの理論的研究がある。しかしながら，先行研究では分析の簡単化のために，同質的な家計が仮定されている。より現実的な経済において，労働者は高所得者と低所得者あるいは熟練労働者と非熟練労働者の2種類が存在しており，政府は低所得者に対して再分配政策を実施している。政府は徴収した税収と発行した公債を財源として，低所得者に所得の再分配を行なうことで，所得格差を縮小させる一方で，経済成長率の促進を図っている。所得の再分配は低所得者の生活水準を改善させることが出来ると考えられるが，その一方で過度な再分配政策は過剰な公債発行を促進してしまい，財政の維持可能性を悪化さ

て分析を行なっている。公的債務と経済成長を分析している研究には，Greiner and Semmler（2000），Tamai（2009），Bokan（2016），Kamiguchi and Tamai（2019）がある。

せることが懸念される。本研究では Bräuninger（2005）モデルに熟練労働者と非熟練労働者の 2 種類の労働者を導入することで，労働者の構成および非熟練労働者の再分配政策が財政の維持可能性および経済成長に与える影響を明らかにする。

本研究で得られた結果は次のように整理できる。（i）財政を安定させる公債発行率の閾値が存在し，公債発行率が十分に小さい場合のときに財政の維持可能性は保証される。（ii）公債発行率の上昇は公的債務・資本比率を増加させる一方で，経済成長率を減少させる。（iii）非熟練労働者の所得再分配の拡大は財政の安定性を促進させ，経済成長率を高めることができる。（iv）教育獲得の時間が増加すると，資本蓄積が阻害されるために，財政の安定性および経済成長率は悪化する。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 章では，公的債務と異質な労働者を考慮した内生的成長モデルを提示する。第 3 章では，モデルの均衡と安定性について分析する。第 4 章では，比較静学分析を行なう。第 5 章では，本研究で得られた結論と今後の課題について記述する。

2. モデル

本研究では，Bräuninger（2005）モデルに労働者の異質性を導入することで，再分配政策が財政の維持可能性および経済成長に与える効果を分析する。Bräuninger（2005）と同様に，公的債務と内生的成長をもつ無限期間の世代重複経済を考える。簡単化のために，人口は一定であり，各個人は若年期に一人の子供を持つと仮定する。また，経済には熟練労働者と非熟練労働者の 2 種類の労働者が存在しており，政府は各労働者から所得税を徴収して，非熟練労働者に所得の再分配を行なう。

2.1. 個人

経済には，熟練労働者と非熟練労働者が存在する。各個人は若年期と老年期

の2期間生存して，若年期の消費と老年期の消費から効用を得る。したがって，t期に生まれた個人jの効用関数は次のように表現される。

$$U_t^j = \alpha \ln c_{1,t}^j + \beta \ln c_{2,t+1}^j, \tag{1}$$

ここで，$j \in \{e, u\}$であり，eは熟練労働者を，uは非熟練労働者を意味する。$c_{1,t}^j$と$c_{2,t+1}^j$はt期に生まれた個人jの若年期（t期）の消費と老年期（$t+1$期）の消費をそれぞれ表している。また，$0<\alpha<1$と$0<\beta<1$は若年期の消費の選好度合いおよび主観的割引率をそれぞれ表している。Kimura and Yasui（2007）と同様に，1期目において各個人は熟練労働者になるか，非熟練労働者になるかの職業選択を行なう。もし各個人が非熟練労働者を選択するのならば，彼らは若年期に労働1単位を企業に非弾力的に供給して，賃金を得る。一方で各個人が熟練労働者を選択するのならば，教育獲得のために$\phi \in (0,1)$だけの時間を費やさなければならない。したがって，熟練労働者は$(1-\phi)$単位だけ企業に労働を供給する。各個人は労働を供給した報酬として，賃金を獲得するが，その一定割合は所得税として政府に徴収される。政府は非熟練労働者に対して再分配政策として非熟練労働者の賃金の一定割合を政府予算から支給する。これは所得税の一部免除と考えることもできる。1期目において，各労働者は自身の（税引き後の）所得を消費と貯蓄s_tに分配する。2期目の老年期において，各労働者は退職して，貯蓄と（税引き後の）利子収入から消費を行なう。

したがって，熟練労働者の各期の予算制約は次のように表現される。

$$(1-\tau_t-\phi) w_t^e = c_{1,t} + s_t, \tag{1.1}$$

$$[1+(1-\tau_{t+1}) r_{t+1}] s_t = c_{2,t+1} \tag{1.2}$$

ここで，τ_tはt期における税率を表しており，τ_{t+1}は$t+1$期における税率を表している。また，w_t^eとr_{t+1}はt期における熟練労働者の賃金および$t+1$期における利子率を表している。

非熟練労働者の予算制約の各期の予算制約は次のように表現される。

$$(1-\tau_t+\theta) w_t^u = c_{1,t} + s_t \tag{2.1}$$

$$[1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}]s_t=c_{2,t+1} \tag{2.2}$$

ここで，w_t^u は非熟練労働者の賃金を表しており，θ は所得再分配率を表している。θ の値が高いほど，政府は非熟練労働者への再分配を手厚く行なっており，それゆえに非熟練労働者の可処分所得は増加する。効用関数と熟練労働者の予算制約から，効用最大化問題を解くと，熟練労働者の最適消費および最適貯蓄はそれぞれ次のようになる。

$$c_{1,t}^e=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(1-\tau_t-\phi)w_t^e \tag{3}$$

$$c_{2,t+1}^e=\frac{\beta}{\alpha+\beta}[1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}](1-\tau_t-\phi)w_t^e \tag{4}$$

$$s_t^e=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\tau_t-\phi)w_t^e \tag{5}$$

同様に，非熟練労働者の最適消費および最適貯蓄はそれぞれ次のようになる。

$$c_{1,t}^u=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(1-\tau_t+\theta)w_t^u \tag{6}$$

$$c_{2,t+1}^u=\frac{\beta}{\alpha+\beta}[1+(1-\tau_{t+1})r_{t+1}](1-\tau_t+\theta)w_t^u \tag{7}$$

$$s_t^u=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\tau_t+\theta)w_t^u \tag{8}$$

t 期における熟練労働者数を L_t^e とし，t 期における非熟練労働者数を L_t^u とする。経済の労働人口は N で一定であると仮定するので，$N=L_t^e+L_t^u$ が成り立つ。したがって，t 期における総貯蓄 S_t は

$$S_t=s_t^eL_t^e+s_t^uL_t^u \tag{9}$$

となる。両辺を労働人口 N で除することで，労働人口一人当たりの貯蓄 s_t を次のように求めることができる。

$$s_t=s_t^e\lambda_t+s_t^u(1-\lambda_t)=\frac{\beta}{\alpha+\beta}[(1-\tau_t-\phi)w_t^e\lambda_t+(1-\tau_t+\theta)w_t^u(1-\lambda_t)] \tag{10}$$

ここで，$\lambda_t=L_t^e/N$ は労働人口に占める熟練労働者の割合を表している。

2.2. 企業

資本と労働は補完的な関係にある一方で，熟練労働者と非熟練労働者の労働は完全に代替的な関係にあると仮定する。したがって，生産関数は以下のように仮定される。

$$Y_{it}=AK_{i,t}^{\delta}[(H_{i,t}^{e}(1-\phi)L_{i,t}^{e})^{1-\delta}+(H_{i,t}^{u}L_{i,t}^{u})^{1-\delta}], \tag{11}$$

ここで，$Y_{i,t}, K_{i,t}, L_{i,t}^{e}, L_{i,t}^{u}$ は t 期における企業 i の生産量，資本，熟練労働者の労働，そして非熟練労働者の労働をそれぞれ表している。さらに，$\delta, H_{i,t}^{e}=a^{e}K_{i,t}/(1-\phi)L_{i,t}^{e}, H_{i,t}^{u}=a^{u}K_{i,t}/L_{i,t}^{u}$ は，それぞれ，資本分配率，熟練労働者と非熟練労働者の労働効率のインデックスである。また，$A>0$ は全要素生産性，$a^{e}>0$ と $a^{u}>0$ は熟練労働者と非熟練労働者の生産性を表しており，$a^{e}>a^{u}$ が成り立つと仮定する。本研究では，Bräuninger (2005) と同様に，資本の減耗率は0であることを仮定する。以上より，集計的な生産関数は以下のようになる。

$$Y_{t}=\tilde{A}K_{t}. \tag{12}$$

ここで，$\tilde{A}=A[(a^{e})^{1-\delta}+(a^{u})^{1-\delta}]$ である。また，均衡において，生産要素価格は次のようになる。

$$r_{t}=\partial Y_{t}/\partial K_{t}=\delta\tilde{A}, \tag{13}$$

$$w_{t}^{e}=\partial Y_{t}/\partial L_{t}^{e}=(1-\delta)A^{e}\frac{k_{t}}{\lambda_{t}} \tag{14}$$

$$w_{t}^{u}=\partial Y_{t}/\partial L_{t}^{u}=(1-\delta)A^{u}\frac{k_{t}}{1-\lambda_{t}} \tag{15}$$

ここで，$A^{e}\equiv A(a^{e})^{1-\delta}$ であり，$A^{u}\equiv A(a^{u})^{1-\delta}$ である。したがって，$A^{e}+A^{u}=\tilde{A}$ が成り立つ。また，$k_{t}=K_{t}/N$ は一人当たり資本を表している。

2.3. 職業選択

Kimura and Yasui (2007) と同様に，熟練労働者になるか，非熟練労働者にとどまるかを各人は自由に意思決定することが出来ると仮定する。したがって，

両方の種類の労働者が存在する均衡においては，各個人は熟練労働者として働くことと非熟練労働者として働くことは無差別である。各労働者の間接効用関数をもちいることで，職業選択の無差別条件は以下のように表現される。

$$\frac{w_t^u}{w_t^e}=\frac{1-\tau_t-\phi}{1-\tau_t+\theta} \tag{16}$$

(14)，(15)と(16)より，熟練労働者の割合 λ_t は次のようになる。

$$\lambda_t=\frac{A^e(1-\tau_t-\phi)}{A^e(1-\tau_t-\phi)+A^u(1-\tau_t+\theta)} \tag{17}$$

(17)式から，$\partial\lambda_t/\partial\tau_t=-(\phi+\theta)A^eA^u/[A^e(1-\tau_t-\phi)+A^u(1-\tau_t+\theta)]^2<0$ である。したがって，税率が高くなるほど，熟練労働者の割合は減少する。熟練労働者は教育を獲得するために ϕ だけの時間を費やすために，労働供給量が非熟練労働者よりも少ない。税率の上昇は熟練労働者の限られた労働供給で得られる可処分所得を減少させてしまうために，熟練労働者になるインセンティブを阻害させる。また，税率が増加しても非熟練労働者は再分配所得を得られるので，非熟練労働者として留まるインセンティブは大きくは減少しない。したがって，税率の上昇は熟練労働者の割合を減少させる。

2.4. 政府

政府は労働者の所得と国債の利払いに課税して，税収を得る。したがって，t 期における政府の税収 T_t は

$$T_t=\tau_t(Y_t+r_tD_t), \tag{18}$$

となる。ここで，D_t は公的債務であり，r_tD_t は公債の利払いを表す。政府は生産量の一定割合 b だけ公債を発行する。ただし，$0<b<1$ である。したがって，t 期における公債発行額 B_t は次のように表現される。

$$B_t=bY_t. \tag{19}$$

したがって，公的債務は次のように蓄積される。

$$D_{t+1}=D_t+bY_t. \tag{20}$$

t 期において，政府は税収 T_t と公債発行額 B_t で構成される政府予算を公債の利払いと失業給付に分配する。したがって，t 期における政府の予算制約は以下のようになる：

$$\tau_t(Y_t+r_tD_t)+bY_t=r_tD_t+\theta w_t^u L_t^u \tag{21}$$

両辺を N_t で割ると，

$$\tau_t(y_t+r_td_t)+by_t=r_td_t+\theta w_t^u(1-\lambda_t) \tag{22}$$

税率 τ_t を求めると次式を得ることができる。

$$\tau_t=\frac{r_td_t-by_t+\theta w_t^u(1-\lambda_t)}{y_t+r_td_t} \tag{23}$$

(12)，(16)，(17)，(19)，(23)式を用いて，税率 τ_t を求めると次式を得ることができる。

$$\tau_t=\frac{\delta\tilde{A}d_t-b\tilde{A}k_t+\theta(1-\delta)A^uk_t}{\tilde{A}k_t+\delta\tilde{A}d_t} \tag{24}$$

さらに，(24)式を変形させると次のようになる。

$$\tau_t=\frac{\delta\tilde{A}x_t-b\tilde{A}+\theta(1-\delta)A^u}{\tilde{A}+\delta\tilde{A}x_t} \tag{25}$$

ここで，$x_t=D_t/K_t$ は物的資本に対する公的債務の比率を表している。したがって，

$$1-\tau_t=1-\frac{\delta\tilde{A}x_t-b\tilde{A}+\theta(1-\delta)A^u}{\tilde{A}+\delta\tilde{A}x_t}=\frac{(1+b)\tilde{A}-\theta(1-\delta)A^u}{\tilde{A}+\delta\tilde{A}x_t} \tag{26}$$

となる。

3. 均衡

本章では，均衡における経済について分析する。$D_{t+1}=D_t+bY_t$ と生産関数より，(20)式に(12)式を代入して，両辺を D_t で割ると公的債務の動学式を得ることができる。

$$\frac{D_{t+1}}{D_t}=1+\frac{b\tilde{A}}{x_t}, \tag{27}$$

均衡において，$D_{t+1}+K_{t+1}=S_{t+1}$ が成り立つ。この均衡式に(12)，(19)と(20)

式を代入して，整理することで資本の動学式を以下のように得ることができる。

$$K_{t+1}=s_tN_t-D_t-bY_t \tag{28}$$

さらに，一人当たり貯蓄は

$$s_t=s_t^e\lambda_t+s_t^u(1-\lambda_t)=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)[(1-\tau_t-\phi)A^e+(1-\tau_t+\theta)A^u]k_t \tag{29}$$

である。(29)を(28)式に代入して，両辺を N_t で除すると一人当たり資本蓄積式は次のように表すことができる。

$$k_{t+1}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)[(1-\tau_t-\phi)A^e+(1-\tau_t+\theta)A^u]k_t-d_t-b\tilde{A}k_t \tag{30}$$

(30)式に(26)式を代入して，k_t で除すると，資本の成長率を得ることが出来る。

$$\frac{k_{t+1}}{k_t}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)\left\{\frac{(1+b)\tilde{A}-\theta(1-\delta)A^u}{1+\delta x_t}-\phi A^e+\theta A^u\right\}-x_t-b\tilde{A} \tag{31}$$

次に，経済における定常状態を分析する。公的債務・資本比率である x_t が一定となるとき，公的債務と資本の成長率もまた同じ値となる。すなわち，$D_{t+1}/D_t=K_{t+1}/K_t$ が成り立つ。したがって，(25)式と(26)式から，定常状態では次の式が成り立つ

$$1+\frac{b\tilde{A}}{x^*}+x^*=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)\left\{\frac{(1+b)\tilde{A}-\theta(1-\delta)A^u}{1+\delta x_t}-\phi A^e+\theta A^u\right\}-b\tilde{A} \tag{32}$$

ここで，x^* は定常状態の公的債務・資本比率を表している。定常状態における均衡式(32)の左辺を

$$LHS=1+\frac{b\tilde{A}}{x^*}+x^* \tag{33}$$

とあらわし，右辺を

$$RHS=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)\left\{\frac{(1+b)\tilde{A}-\theta(1-\delta)A^u}{1+\delta x_t}-\phi A^e+\theta A^u\right\}-b\tilde{A} \tag{34}$$

とあらわす。図 1 で示されるように，$LHS(x,b)$ が x に対して逆 U 字型にな

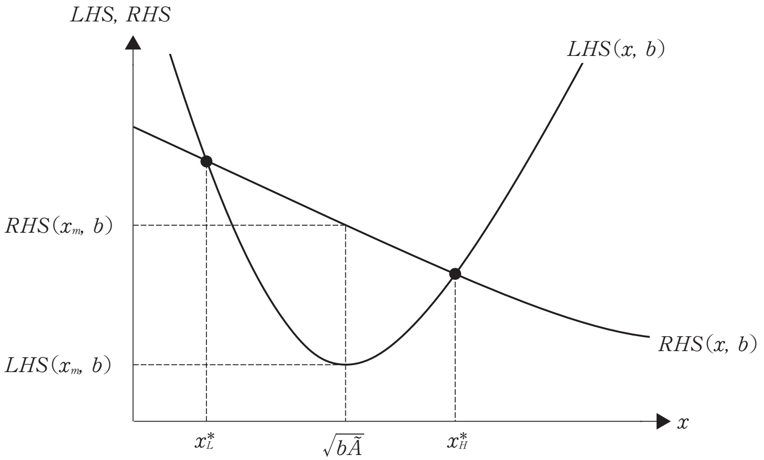

図１：均衡の存在

り，$RHS(x, b)$ が x に対して右下がりの曲線であることを表している。図１から明らかなように，$x_m=\sqrt{b\tilde{A}}$ であるとき，$RHS(x_m, b)>LHS(x_m, b)$ であれば，二つの定常状態（x_L^* と x_H^*）が存在することが分かる。また，$RHS(x_m, b)=LHS(x_m, b)$ であれば定常状態は一つ存在しており，$RHS(x_m, b)<LHS(x_m, b)$ であれば定常状態は存在しない。したがって，定常状態の存在と安定性について次の命題を得ることできる。

命題１：**(a)** 公的債務発行率に関して，閾値 b' が存在する。もし，公的債務発行率 b が閾値 b' を下回るならば（$b<b'$），そのとき，２つの定常状態が存在する。(b) もし，債務発行率 b が閾値 b' と等しいならば（$b=b'$），そのとき，１つの定常状態が存在する。(c) もし，公的債務発行率 b が閾値 b' を上回るならば（$b>b'$），そのとき，定常状態は存在しない。

証明：補論Ａを参照せよ。

図1で示されるように，公債発行率が十分に低ければ，定常均衡が存在し，その一方は局所安定的である。公的債務・資本比率が十分に低ければ（$x^*<x_H^*$），経済は局所安定的な定常状態である x_L^* と収束する。一方で，公的債務・資本比率が十分に高いとき（$x^*>x_H^*$），公的債務蓄積が資本蓄積以上に増加するために，経済は発散する。これは，財政破綻を意味する。したがって，安定的な財政の運営には，公債発行率が十分に低い必要がある。

4. 比較静学

本章では公債発行率，所得再分配率が財政の維持可能性と経済成長率に与える影響について比較分析を行なう。

4.1. 公債発行率の引き上げによる影響

公債発行率 b を引き上げると，(33)式から次式を得る。

$$\frac{\partial LHS}{\partial b}=\frac{\tilde{A}}{x^*}>0 \tag{35}$$

(35)式から，公債発行率の増加は LHS を上方にシフトさせる。次に，(34)式から次式を得る。

$$\frac{\partial RHS}{\partial b}=-\frac{\tilde{A}}{(\alpha+\beta)(1+\delta x)}[(\alpha+\beta)(1+\delta x)-\beta(1-\delta)]<0 \tag{36}$$

(36)式から，公債発行率の増加は RHS を下方にシフトさせる。図2は b が上昇した時の変化を表している。ここで，$b_2>b_1>b_0$ である。$b=b_0$ と $b=b_1$ のとき，定常状態は2つ存在しているものの，$b=b_2$ では定常状態は存在しないことが分かる。すなわち，定常状態が存在しなくなる公的債務発行率の閾値 b' が存在する。また，図2で示されるように，公債発行率が b_0 から，b_1 に増加すると，LHS は上方にシフトしていき，RHS は下方にシフトする。その結果，公債発行率 b の増加は低位均衡である x_L^* の値を上昇させる一方で，高位均衡である x_H^* の値を低下させる。さらに，公債発行率が b_1 から b_2 に増加すると，

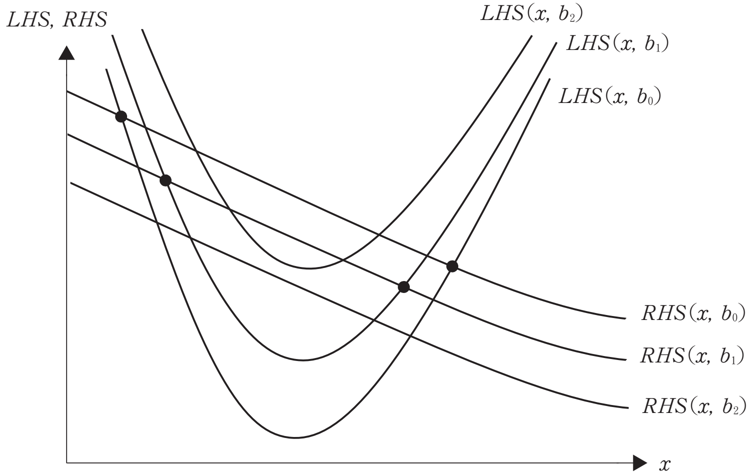

図２：公的債務発行率 b が上昇したときの均衡の変化

$LHS(x, b_2)$ と $RHS(x, b_2)$ が交わらず，均衡が存在しなくなる。したがって，公債発行率 b には，均衡の存在を保証する閾値が存在する。

次に，定常均衡の存在と公債発行率の効果を確認するために，数値分析を行なう。各パラメータの値は，$A^e=8$, $A^u=4$, $\alpha=0.8$, $\beta=0.4$, $\delta=0.2$, $\theta=0.01$, $\phi=0.01$ と設定する。表１は公債発行率 $b=0.01$ から $b=0.04$ における定常状態における公的債務・資本比率の値を示している。

表１：公的債務発行率に対する定常状態の値

$b=0.01$		$b=0.02$		$b=0.03$		$b=0.04$	
x_L^*	x_H^*	x_L^*	x_H^*	x_L^*	x_H^*	x_L^*	x_H^*
0.0670	1.1827	0.1536	1.0249	0.2852	0.8227	—	—

表１からわかるように，公的債務発行率 b が上昇するにつれて，低位均衡である x_L^* の値は増加していき，高位均衡である x_H^* の値は減少する。高位均衡である x_H^* は財政の安定性を保証する公的債務・資本比率の閾値として解釈できる。x_H^* は不安定な均衡なので，公的債務・資本比率 x が x_H^* よりも大きい時，経済は発散する。この状態は，本研究では財政破綻を意味する。公的債務

発行率 b の増加に伴う x_H^* の減少は財政破綻の可能性を引き上げる。したがって，公的債務発行率の増加は公的債務・資本比率を上昇させ，財政の維持可能性を悪化させる。実際に，公的債務発行率が十分に大きいとき（$b=0.04$），経済には均衡は存在せず，発散してしまう。これは，政府が（十分に）大きな公的債務発行率を採用してしまうと，その返済が出来ず，経済は財政破綻に陥ってしまうことを意味する。

次に，公的債務発行の増加が経済成長率に与える影響について分析する。(12)式と(31)式から，公的債務・資本比率 x が大きくなるほど，経済成長率 $g_Y=Y_{t+1}/Y_t$ が小さくなることがわかる。これは，公的債務・資本比率 x が小さい時ほど，資本の成長率が小さいためである。

表２：各公的債務発行率に対する経済成長率の値

$b=0.01$		$b=0.02$		$b=0.03$	
g_{YL}^*	g_{YH}^*	g_{YL}^*	g_{YH}^*	g_{YL}^*	g_{YH}^*
2.7912	1.1015	2.5621	1.2342	2.2622	1.4376

表２は各公債的債務発行率に対する経済成長率の値である。g_{YL}^* は低位均衡 x_L^* のときの経済成長率を表しており，g_{YH}^* は低位均衡 x_H^* のときの経済成長率を表している。表２で示されているように，公的債務発行率 b の上昇は，局所安定的な定常状態 x_L^* のときの経済成長率を減少させる。公的債務発行率の増加は，短期的には税率を減少させ，資本蓄積を促す。しかしながら，長期的には，公的債務の返済のために税率が上昇して，資本蓄積を阻害してしまう。したがって，資本蓄積が阻害されてしまうために，経済成長率は減少する。これらの結果から，次の命題を得ることができる。

命題２：公的債務は２つの定常状態が存在すると仮定する。公的債務発行率 b が閾値 b′ よりも小さいとき（$b<b'$），低位均衡である x_L^* は局所安定的である。一方で，高位均衡である x_H^* は不安定である。

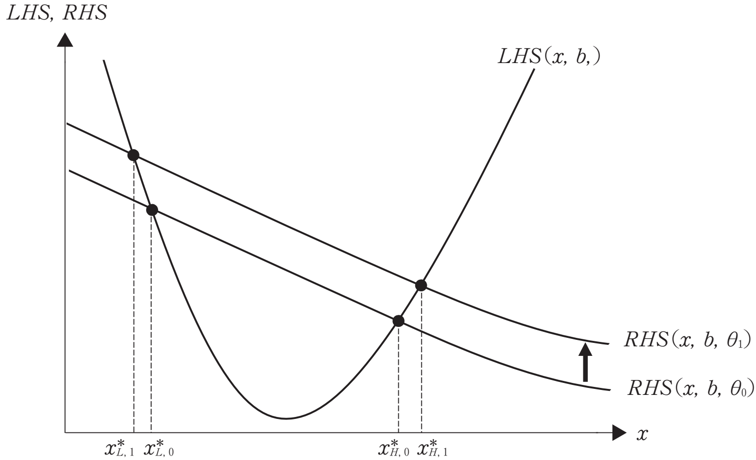

図３：所得再分配率 θ が上昇したときの均衡の変化

命題３：公債発行率の引き上げは，公的債務・資本比率 x_L^* を増加させる一方で，長期的な経済成長率 g_{YL}^* を減少させる。

4.2. 所得再分配率の引き上げによる影響

次に，所得再分配率 θ の引き上げが公的債務・資本比率と経済成長率に与える影響について分析する。所得再分配率 θ を引き上げると，(33)式から LHS を変化させないことがわかる。対して，(34)式から次式を得る。

$$\frac{\partial RHS}{\partial \theta}=\frac{\beta\delta(1-\delta)(1+x)A^u}{(\alpha+\beta)(1+\delta x)}>0 \tag{37}$$

(37)式から，所得再分配率の増加は RHS を上方にシフトさせる。図３で示されるように，所得再分配率が θ_0 から θ_1 へ増加すると，RHS を上方にシフトさせる。その結果，所得再分配率の増加は公的債務・民間資本比率 x_L^* の値を減少させる一方で，高位均衡である x_H^* の値を増加させる。所得再分配率の増加は，非熟練労働者の所得を増加させ，貯蓄を増加させる。この非熟練労働者の貯蓄の増加は次に資本蓄積を促進させる。一方で，所得再分配率の増加は財源

である税率を上昇させる。この税率の増加は熟練労働者と非熟練労働者の両方の資本蓄積を阻害する。結果として，前者の非熟練労働者の蓄積を促進する効果が後者の資本蓄積を阻害する効果を上回るので，所得再分配率の増加は資本蓄積を促進させる。この資本蓄積の増加が公的債務残高の増加を上回るので，公的債務・資本比率は $x^*_{L,0}$ から $x^*_{L,1}$ へ減少して，経済成長率は促進される。

表３：各マークアップ率に対する公的債務 GDP 比率および公的債務・資本比率

$b=0.01$			$b=0.02$			$b=0.03$		
θ	x^*_L	g^*_{YL}	θ	x^*_L	g^*_{YL}	θ	x^*_L	g^*_{YL}
0.01	0.0670	2.7912	0.01	0.1536	2.5621	0.01	0.2852	2.2622
0.02	0.0669	2.7936	0.02	0.1534	2.5649	0.02	0.2843	2.2662
0.03	0.0668	2.7960	0.03	0.1531	2.5678	0.03	0.2834	2.2702
0.04	0.0667	2.7984	0.04	0.1528	2.5706	0.04	0.2825	2.2742

表３は所得再分配率 θ の公的債務・資本比率 x^*_L と経済成長率 g^*_{YL} に対する効果をまとめたものである。表３が示しているように，所得再分配率 θ の増加は定常状態における公的債務・資本比率 x^*_L を減少させ，経済成長率を上昇させる。しかしながら，それらの改善度合いは大きいとはいえない。これは，所得税率の上昇による資本蓄積を阻害する効果と非熟練労働者の貯蓄増加による資本蓄積を促進する効果がほとんど相殺されているためである。したがって，低所得者に対して再分配政策を実施することは，財政の安定性にわずかばかりの正の影響を与えるが，それは大きな改善をもたらすものではないことが数値分析によって明らかになった。これらの結果から，次の命題を得ることができる。

命題４：所得再分配率の引き上げは，公的債務・資本比率 x^*_L を減少させる一方で，長期的な経済成長率 g^*_{YL} を増加させる。

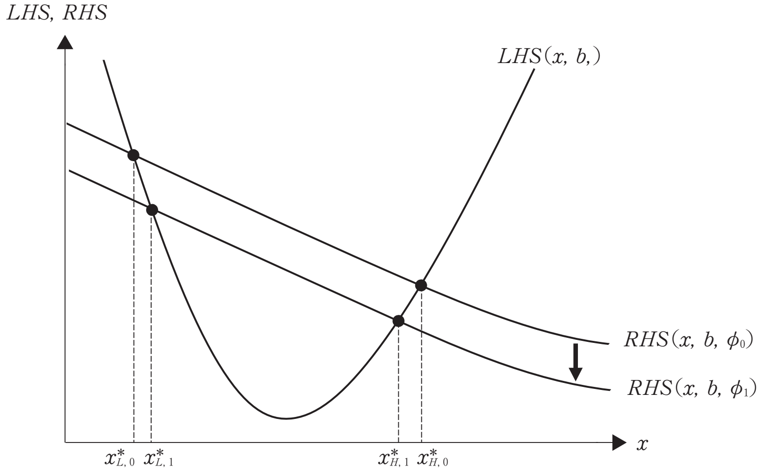

図４：教育時間 ϕ が上昇したときの均衡の変化

4.3. 教育時間の引き上げによる影響

最後に，教育時間の上昇が公的債務・資本比率と経済成長率に与える影響について分析する。教育時間 ϕ を引き上げると，(33)式から LHS を変化させないことがわかる。対して，(34)式から次式を得る。

$$\frac{\partial RHS}{\partial \phi}=-\frac{\beta}{\alpha+\beta}(1-\delta)A^{e}<0 \tag{37}$$

(37)式から，所得再分配率の増加は RHS を下方にシフトさせる。図４で示されるように，教育時間が ϕ_0 から ϕ_1 へ増加すると，RHS は下方にシフトする。その結果，教育時間の増加は公的債務・資本比率 x_L^* の値を増加させる一方で，高位均衡である x_H^* の値を減少させる。教育時間の増加による効果は直観的なものである。教育時間が増加すると，熟練労働者の労働供給量は減少し，機会費用が多くなる。その結果，税収と可処分所得が減少するので公的債務・資本比率は $x_{L,0}^*$ から $x_{L,1}^*$ に増加する。反対に，同質のスキルを手に入れるのに教育時間が減少すれば，その分，機会費用は少なくなり，財政の維持可能性および経済成長率は改善する。少子化が進むような経済において，一人当たり生産

表４：各マークアップ率に対する公的債務 GDP 比率および公的債務・資本比率

$b=0.01$			$b=0.02$			$b=0.03$		
ϕ	x_L^*	g_{YL}^*	ϕ	x_L^*	g_{YL}^*	ϕ	x_L^*	g_{YL}^*
0.1	0.0670	2.7912	0.1	0.1536	2.5621	0.1	0.2852	2.2622
0.15	0.0715	2.6771	0.15	0.1675	2.4332	0.15	0.3337	2.0787
0.2	0.0768	2.5619	0.2	0.1848	2.2986	0.2	−	−
0.25	0.0830	2.4451	0.25	0.2078	2.1552	0.25	−	−

性の向上は必要不可欠である。本節では，教育時間の減少が財政を改善することを理論的に示している。

表４は教育時間 ϕ の公的債務・資本比率 x_L^* と経済成長率 g_{YL}^* に対する効果をまとめたものである。表４が示しているように，教育時間 ϕ の増加は定常状態における公的債務・資本比率 x_L^* を上昇させ，経済成長率を減少させる。とりわけ，公債発行率（$b=0.03$）と教育時間が十分におおきいとき（$\phi\in\{0.2, 0.3\}$），均衡が存在しない。このことは，公債発行率と同様に，教育時間にも均衡の存在を保証させる閾値が存在していることを示している。これらの結果から，次の命題を得ることができる。

命題５：教育時間の増加は，公的債務・資本比率 x_L^* を増加させる一方で，長期的な経済成長率 g_{YL}^* を減少させる。

5. 結論と今後の課題

本研究では，Bräuninger（2005）モデルに熟練労働者と非熟練労働者の２種類の異質な労働を導入することで，労働者の構成および再分配政策が財政の維持可能性と経済成長に与える影響について分析している。本研究の結果は次の通りである。(i）財政を安定させる公債発行率の閾値が存在し，公債発行率が十分に小さい場合のときに財政の維持可能性は保証される。(ii）公債発行率の上昇は公的債務・資本比率を増加させる一方で，経済成長率を減少させる。(iii）非熟練労働者の所得再分配の拡大は財政の安定性を促進させ，経済成長

率を高めることができる。所得再分配率の上昇は非熟練労働者の貯蓄を増加させて資本蓄積を促進する正の効果がある一方で，財源確保のために税率が上昇することによって，資本蓄積を阻害する負の効果がある。本研究では，前者の効果が後者の効果を常に上回るために，非熟練労働者への再分配政策が財政の安定性および経済成長を促進することを明らかにした。しかしながら，数値分析を行なった結果を考慮すると，その効果は極めて小さいものであることも示された。したがって，再分配政策は財政の維持可能性を促進する効果をもつが，その効果はきわめて小さい。結果として，本研究では政府は再分配政策を財政の安定性を目的として実施するには非効率的であることを示している。

本研究では，いくつかの課題がある。一つ目は，分析の簡単化のために生産に寄与するような公的支出を考慮していない点である。Yakita（2008）や Arai（2011）で指摘されているように，インフラストラクチャーのような公的資本は生産を高めると考えられる。このような公的資本の導入はモデルのインプリケーションをより豊かにするだろう。二つ目に，本研究では熟練労働と非熟練労働が完全に代替的であると仮定している。これは極端な仮定であり，CES（Constant Elasticity of Substitution）タイプの生産関数を用いることで，労働の代替性が与える影響を明確にすることができるだろう。三つ目に，本研究の結果は，Kimura and Yasui（2007）と同様に，各個人が熟練労働者になるか非熟練労働者になるかの職業選択が無差別であるという条件に依存している。もし，各個人の生まれつきの能力や教育投資水準によって職業が決まるような経済を考慮したならば，すなわち，世代内階層移動や世代間階層移動を考慮するならば，財政の維持可能性だけでなく，再分配政策が経済成長や所得格差に及ぼす影響について様々なインプリケーションが得られると考えられる。これらは，将来の研究課題としたい。

参　考　文　献

Arai, R.（2011）. "Productive Government Expenditure and Fiscal Sustainability," *Finan-*

zArchiv/Public Finance Analysis, 67(4), 327-351.

Bokan, N., Hallet, A. H., and Hougaard, J.S. (2016). "Growth maximizing public debt under changing demographics," *Macroeconomic Dynamics*, 20, 1640-1651.

Bräuninger, M. (2005). "The budget deficit, public debt and endogenous growth," *Journal of Public Economic Theory*, 7(5), 827-840.

Futagami, K., Iwaisako, T., and Ohdoi, R. (2008) "Debt Policy Rule, Productive Government Spending, and Multiple Growth Paths," *Macroeconomics Dynamics*, 12(4), 445-462.

Greiner, A. and Semmeler, W. (2000). "Endogenous growth, government debt and budgetary regimes," *Journal of Macroeconomics*, 22, 363-384.

Kamiguchi, A. and Tamai, T. (2019). "Public investment, public debt and population aging under the golden rule of public finance," *Journal of Macroeconomics*, 60, 110-122.

Kimura, M. and Yasui, D. (2007). "Occupational choice, educational attainment, and fertility," *Economics Letters*, 94, 228-234.

Minea, A. and Villieu, P. (2009) "Borrowing to Finance Public Investment? The 'Golden Rule of Public Finance' Reconsiderd in an Endogenous Growth Setting," *Fiscal Studies*, 30(1), 103-133.

Saint-Paul, J. (1992) "Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model," *Quarterly Journal of Economics*, 107(4), 1243-1259.

Tamai, T. (2009). "Public capital, taxation and endogenous growth in a finite horizons model," *Metroeconomica*, 60, 179-196.

Ueshina, M. (2018). "The eefect of public debt on growth and welfare under the golden rule of public finance," *Journal of Macroeconomics*, 55, 0-11.

Ueshina, M. and Nakamura, T. (2019). "An inverted U-shaped relationship between public debt and economic growth under the golden rule of public finance," *Theoretical Economics Letters*, 9, 1792-1803.

Yakita, A. (2008). "Sustainability of public debt, public capital formation, and endogenous growth in an overlapping generations setting," *Journal of Public Economics*, 92, 897-914.

補論 A：命題 1 の証明

定常状態の安定性について確認する。x の定義から，以下のような x の動学式を得ることができる：

$$\frac{x_{t+1}}{x_t}=\frac{D_{t+1}/K_{t+1}}{D_t/K_t}=\frac{g_D}{g_K},$$

ここで g_D は公的債務の成長率，g_K は民間資本の成長率を表す。この式について，x_{t+1} を x_t で微分して $x_t=x^*$ で評価すると，以下の式を得る。

$$\left.\frac{dx_{t+1}}{dx_t}\right|_{x_t=x^*}=1+\frac{1}{g_k}\left(\frac{dg_d}{dx}-\frac{dg_k}{dx}x\right)$$

上記の式から，

$$\left.\frac{dx_{t+1}}{dx_t}\right|_{x_t=x^*}=1+\frac{1}{g_K}\left\{\frac{\beta\delta(1-\delta)}{\alpha+\beta}\left[\frac{(1+b)\tilde{A}-\theta(1-\delta)A^u}{1+\delta x_t}\right]x^*+x^*-\frac{b\tilde{A}}{x^*}\right\}$$

を得る。この式は次のような性質を持つ：

$$\left.\frac{dx_{t+1}}{dx_t}\right|_{x^*\to 0}=-\infty,\qquad \left.\frac{dx_{t+1}}{dx_t}\right|_{x^*\to\infty}=\infty.$$

したがって，x^* の値が大きいと $dx_{t+1}/dx_t>1$ が成立し，x^* の値が小さいと $dx_{t+1}/dx_t<1$ が成立する。したがって，x_L^* は局所安定的な定常状態であり，x_H^* は不安定な定常状態となる。