金融危機分析のための DSGE モデルの構築

中　村　　　亨

1　序

米国のサブプライムローン問題に端を発する金融問題は，グローバルなレベルでの金融危機に展開し，多くの国で，通貨の大幅な変動，株価の暴落をはじめ，輸出の大幅な減少に見舞われた。銀行間の信用不安もおこり，流動性不足も一時喧伝された。各国はいわゆる大不況（Great Recession）に突入し，政府も未曾有の大幅な財政介入を余儀なくされた。しかし，政府の財政債務も深刻なレベルまで増加したため，これが新たな火種となり，いわゆるユーロ危機という現象も生じた。今回の世界金融危機には，多くの点で注目すべき点がある。それは，米国の住宅市場の危機を端緒にした性質であるにもかかわらず，それが世界的に大きな影響を与え，まさにグローバルな危機であったことである。それが証拠に，アラン・グリーンスパンの「百年に一度の危機」といったフレーズに示されているように(1)，1929年の大恐慌との比較がよくなされた。クルグマンも New York Times のコラム等で，大恐慌との比較を試みながら今回の世界金融危機のメカニズムに関する持論を展開している(2)。しかし，世界大恐

（1）　このフレーズは正確には，2008年10月23日に行われた議会（House Committee of Government Oversight and Reform.）証言の冒頭のスピーチ（We are in the midst of a once-in-a century credit tsunami.）に由来している。

（2）　内閣府［2］は大恐慌と今回の世界金融危機との興味深い比較分析を行っている。特に，IMF［12］は，両危機の共通点として，(1) 資産価格への下押し圧力が

慌から80年経った今も，そのメカニズムについては，未だコンセンサスが得られていないようであり，決定打となる定説はなく，今もなお研究は続けられている。この大恐慌の研究の嚆矢となったのは，言うまでもなくFriedman and Scwartz [9] である。彼等はマネーサプライの減少がマクロ経済の悪化をもたらし，このマネーサプライの急減に対し，FRBが適切な金融政策をとらなかったことが大恐慌に至った要因としている。彼等の説以外にも，Bernanke [3] やFisher [8] 等の「負債・デフレーション仮説」，またEichengreen [7] やKindleberger [13] 等の「金本位制仮説」を挙げることができる。

本稿では，世界金融危機を説明する上で，上に挙げた仮説も含め，どのような要因が決定的に重要であったかを探るために，ハイブリッド型DSGE（動学的一般均衡：Dynamic stochastic general equilibrium）モデル（以降ハイブリッド・モデルと略称）を構築するのが目的である。本稿で用いたハイブリッド・モデルは，次の点で従来にない特徴を有している。すなわち，ニューケンジアンの経済学に基づく価格の粘着性を導入しており，また，資本市場の不完全性も考慮している。これは今回の金融危機の場合，決定的に重要である。情報の非対称性があり，外部（外国）からの資金を利用する際，何らかのショックが加わり自己資本不足等の財務状況が悪化した場合，より厳しい資本調達条件にさらされ，設備投資や雇用の減少がおこる。Bernanke *et al.* [4] によって開発された最適契約モデルから導出されるフィナンシャル・アクセラレーターメカニズム（financial accelerator mechanism）をモデルに明示的に取り込み信用危機のグローバルな伝播がおこることを念頭においたモデルとなっている。また，ハイブリッド・モデルはBernanke *et al.* [4] と同様に，デフレによって債務者から債権者への予期せざる所得移転がおこると，設備投資が減少し，不況がさらに悪化するという負債・デフレーションのメカニズムが組み込まれている。

続いていること，(2) 金融機関のレバレッジ解消により貸出が抑制されていること，(3) 物価上昇率が急速に低下していること，(4) 実体経済の悪化が金融機関の財務状況に影響を与えていること等を挙げている。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節において，Koo［14］が日本の長期低迷の原因として提唱したデレバレッジ・ショックや Bernanke［3］や Fisher［8］等の「負債・デフレーション仮説」を説明するために開発された Eggertsson and Krugman［6］のモデルを概説し，第3節では，フィナンシャル・アクセラレーターメカニズムをモデルに明示的に取り込むことに成功した Bernanke *et al.*［4］モデルを説明した後，これらの要素をすべて取り込んだハイブリッド・モデルを第4節で示し，種々のシミュレーションを行うことにより，ハイブリッド・モデルの working 及びその特性を明らかにする。第5節で結論を述べる。

2　Eggertsson＝Krugman モデルの概要

Fisher［8］が大恐慌の原因として唱えたデフレーション・債務メカニズム，及び Koo［14］が日本の長期低迷の原因として提唱したデレバレッジ・ショックをマクロモデルに組み込んだのは Eggertsson and Krugman［6］である。これは，DSGE モデルの基本的構造，すなわちリアルビジネスサイクルモデルの後続であるニューケインジアンモデルとして位置づけられる。そこで，本節では，一般的なニューケインジアンモデルの説明ではなく，Eggertsson and Krugman［6］により高度に発展された Eggertsson＝Krugman モデルの概要を試みる。これは，金融危機を説明するために構築された，この Eggertsson＝Krugman モデルと Bernanke＝Gertler 型のフィナンシャル・アクセラレーターモデルを統合したハイブリッド・モデルを理解するために必要だからである。

2.1　基本的アイデア

登場する経済主体は2種類，すなわち債務者（b: borrower）と貯蓄者（s: saver）である。この2者の間には時間選好率（time preference）が異なり，$\beta(s)>\beta(b)$ と仮定されている。債務者は無制限に融資を受けることはできず，債務上限（D^{high}）に制約されている。すなわち，

$$(1+r_t)D_t \leq D^{high} \tag{1}$$

各経済主体（s or b）は制約条件のもと効用最大化を行う。すなわち，

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} = \beta(i)^t \log c_t(i) \qquad i = s \ or \ b$$

$$s.t. \qquad D_t(i) = (1+r_{t-1})D_{t-1}(i) - \frac{1}{2}Y + C_t(i) \qquad i = s \ or \ b$$

債務者は債務上限に制約され，流動性制約下の消費をするの対して，貯蓄者は通常のオイラー方程式に従うと仮定する(3)。さて，ここでデレバレッジ・ショックを導入しよう。景気がよく，経済成長や資産価格が上昇しているときには，債務者はレバレッジを引上げ，債権者の融資態度は緩和する方向に動くであろうが，バブル崩壊時点で突然この態度は一変する。これは，Krugman の言葉を借りれば，コヨーテ・モーメント（Coyote Moment），あるいはミンスキー・モーメント（Minsky Moment）と呼ばれる現象である(4)。

Eggertsson＝Krugman モデルでは，このミンスキー・モーメントを債務上限の下落（$D^{high} \rightarrow D^{low}$）と捉えている。価格伸縮モデルでは，この債務上限の下落は自然利子率の一時的な下落につながり，債務上限が十分に大きく下落すると自然利子率は「負」となる。これが，日本の「失われた10年」もしくは，現代経済の中心的な問題である。以上のことを，Eggertsson and Krugman [6] に依りながらエッセンスを示しておこう。

さて，ここで毎期，各主体に $\frac{1}{2}Y$ の所得が外生的に与えられる経済を仮定すると，各主体の予算制約式は以下のようになる。

$$D_t(i) = (1+r_{t-1})D_{t-1}(i) - \frac{1}{2}Y + c_t(i) \qquad i = s \ or \ b$$

すると債務者の予算制約式は

（3） それぞれの式の説明は後に行われる。

（4） ミンスキー・モーメントの詳細は Minsky [15] を参照。

$$D_t(b)=(1+r_{t-1})D_{t-1}(b)-\frac{1}{2}Y+c_t(b)$$

となるが，「短期」を“S”，「長期」を“L”で表し，既述の債務上限の制約式を代入すると，

$$D_S=D^{high}-\frac{1}{2}Y+c_S^b$$

ここで，1期で新しい債務上限 D^{low} になるようデレバレッジしなければならないと仮定しよう $\left(D_S=\dfrac{D^{low}}{1+r_S}\right)$。すると，上式は，

$$\frac{D^{low}}{1+r_S}=D^{high}-\frac{1}{2}Y+c_S^b$$

故に，$c_S^b=\dfrac{1}{2}Y+\dfrac{D^{low}}{1+r_S}-D^{high}$，及び，$c_S^s=\dfrac{1}{2}Y-\dfrac{D^{low}}{1+r_S}+D^{high}$ を得ることができる。(5) このことから，デレバレッジが起ると，債務者の消費（c_S^b）は減少するように調整されなければならないことがわかる（貯蓄者の消費はその逆）。次に自然利子率が負になる条件を示そう。先程，貯蓄者の消費はオイラー方程式に従うと述べた。式で示すと，

$$c_L^s=(1+r_S)\beta c_S^s$$

ところで，$c_S^s=\dfrac{1}{2}Y-\dfrac{D^{low}}{1+r_S}+D^{high}$ 及び，$c_L^s=\dfrac{1}{2}Y+\dfrac{r_S}{1+r_S}D^{low}$ であるから，(6) これを上式に代入し，$1+r_S$ について解くと，

$$1+r_S=\frac{\dfrac{1}{2}Y+D^{low}}{\beta\left(\dfrac{1}{2}Y+D^{high}\right)}$$

（5） c_S^s は，$c_S^s+c_S^b=Y$ を利用して導出される。

（6） c_L^s の導出は以下のとおり。債務者の定常状態における予算制約式は，$c_L^b=\dfrac{1}{2}Y+D-(1+r)D=\dfrac{1}{2}Y-rD=\dfrac{1}{2}Y-\dfrac{r}{1+r}D^{low}$. $c^s+c^b=Y$ であるため，$c_L^s=\dfrac{1}{2}Y+\dfrac{r}{1+r}D^{low}$ を得ることができる。

この式から，自然利子率r_Sが「負」になる条件は，

$$\frac{\frac{1}{2}Y+D^{low}}{\beta\left(\frac{1}{2}Y+D^{high}\right)}<1$$

すなわち，

$$\beta D^{high}-D^{low}>\frac{1}{2}(1-\beta)Y$$

デレバレッジによる債務者の消費の下落を埋め合わせ，貯蓄者の消費を増加させるように自然利子率が下落しなければならない。特に大きなでデレバレッジ・ショック $\left(\beta D^{high}-D^{low}>\frac{1}{2}(1-\beta)Y\text{ を満たすようなショック}\right)$ に直面したときには，自然利子率は「負」にならなければならない。(7)

次にFisher [8] の負債・デフレーションメカニズムがEggertsson＝Krugmanモデルにどのように組み込まれているかをみていきたい。貯蓄者の消費のオイラー方程式を次式のように名目表示にすることができる。

$$\frac{1}{c_t^s}=(1+i_t)\beta E_t\frac{1}{c_{t+1}^s}\frac{P_t}{P_{t+1}}$$

同様に実質表示すると，

$$\frac{1}{c_t^s}=(1+r_t)\beta E_t\frac{1}{c_{t+1}^s}$$

短期物価をP_S，定常状態の物価をP_*とすると，上の両式から次式が成り立つ。

$$1+r_S=(1+i_S)\frac{P_S}{P_*}$$

名目金利i_Sがゼロ金利にまで下落すると，$i_S=0$を上式に代入することにより次式が得られる。

（7） もともと過重債務（D^{high}）が存在し，大きなでデレバレッジ（急激なD^{low}の減少）がその条件である。

$$\frac{P_S}{P_*}=1+r_S=\frac{\frac{1}{2}Y+D^{low}}{\beta\left(\frac{1}{2}Y+D^{high}\right)}$$

ここで，Fisher [8] の負債・デフレーションメカニズム効果を取り入れる為に，債務の名目値を B とすると，債務上限値は $D^{high}=\dfrac{B^{high}}{P_S}$ と書き換えられる。すると上式は，

$$\frac{P_S}{P_*}=1+r_S=\frac{\frac{1}{2}Y+D^{low}}{\beta\left(\frac{1}{2}Y+\frac{B^{high}}{P_S}\right)}$$

すると，デフレショック $\left(\dfrac{P^S}{P^*}\downarrow\right)$ ⇒ 自然利子率の下落（$r_S\downarrow$）⇒ 実質債務上限 $\left(\dfrac{B^{high}}{P_S}\uparrow\right)$ ⇒ さらなるデフレショック $\left(\dfrac{P^S}{P^*}\downarrow\right)$ と負債・デフレーションメカニズムが発生することになる。

2.2　Eggertsson＝Krugman モデルの導出

家計は資本を持ち，それをレンタル価格 q_t で企業に貸出しするものとする。企業は労働，資本を投入要素として，１次同次の生産関数（$Y_t=K_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha}$）に従い生産する。また，家計のうち債務者のみが資本に投資でき，もう一つのタイプである貯蓄者は一期のリスクフリーの債券に投資できるのみである。また，$\gamma\left(\dfrac{I_t^b}{\bar{I}}\right)$ なる投資の調整コスト関数を仮定する。(8) 家計のうち債務者の最大化問題は次式で示される。

（8）　調整コスト関数は以下の条件を満たすものとする。すなわち，$\gamma\left(\dfrac{\bar{I}}{\bar{I}}\right)=\gamma_I\left(\dfrac{\bar{I}}{\bar{I}}\right)=0$

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} = \beta_b^t [u^b(C_t^b) - v^b(h_t^b)]$$

$$s.t. \qquad b_t^b = (1+r_{t-1}) b_{t-1}^b - w_t h_t^b - q_t K_t^b + I_t^b + C_t^b + T_t^b + \gamma\left(\frac{I_t^b}{\bar{I}}\right)$$

$$K_t^b = I_t^b + (1-\delta) K_{t-1}^b$$

$$(1+r_t) b_t^b \leq D^{high/low}$$

この最大化問題のラグランジュ関数は,

$$\mathcal{L}_0^b = E_0 \beta_b^t \Big\{ u^b(C_t^b) - v^b(h_t^b)$$

$$+ \phi_{1t} \Big[b_t^b - (1+r_{t-1}) b_{t-1}^b + w_t h_t^b + q_t K_t^b - (K_t^b - (1-\delta) K_{t-1}^b) - C_t^b$$

$$- T_t^b - \gamma\left(\frac{K_t^b - (1-\delta) K_{t-1}^b}{\bar{I}}\right)\Big] + \phi_{2t}\Big[(1+r_t) b_t^b - D^{high/low}\Big]\Big\}$$

この 1 階の条件，及び相補性条件は,

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^b}{\partial C_t^b} = u_{c,t}^b - \phi_{1t} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^b}{\partial h_t^b} = -v_{h,t}^b + \phi_{1t} w_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^b}{\partial K_t^b} = \left(q_t - 1 - \gamma_K\left(\frac{I_t}{\bar{I}}\right)\right)\phi_{1t} + \beta_b\left[(1-\delta)\left(1 + \gamma_K\left(\frac{I_{t+1}}{\bar{I}}\right)\right)\right] E_t \phi_{1t+1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^b}{\partial b_t^b} = \phi_{1t} - \beta_b (1+r_t) E_t \phi_{1t+1} + \phi_{2t}(1+r_t) = 0$$

$$\phi_{2t} \geq 0, \qquad \phi_{2t}[(1+r_t) b_t^b - D^{higt/low}] = 0$$

一方，貯蓄者の最大化問題は以下のように定式化される。

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} = \beta_s^t [u^s(C_t^s) - v^s(h_t^s)]$$

$$s.t. \qquad b_t^s = (1+r_{t-1}) b_{t-1}^s - w_t h_t^s + C_t^s + T_t^s$$

$$(1+r_t) b_t^s \leq D^{high/low}$$

この最大化問題のラグランジュ関数は,

$$\mathcal{L}_0^s = E_0\beta_s^t\{u^s(C_t^s) - v^s(h_t^s)$$
$$+\phi_{1t}[b_t^s - (1+r_{t-1})b_{t-1}^s + w_t h_t^s - C_t^s - T_t^s] + \phi_{2t}[(1+r_t)b_t^s - D^{high/low}]\}$$

この1階の条件，及び相補性条件は，

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^s}{\partial C_t^s} = u_{c,t}^s - \phi_{1t} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^s}{\partial h_t^s} = -v_{h,t}^s + \phi_{1t} w_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^s}{\partial b_t^s} = \phi_{1t} - \beta_s(1+r_t)E_t\phi_{1t+1} + \phi_{2t}(1+r_t) = 0$$

$$\phi_{2t} \geq 0, \qquad \phi_{2t}[(1+r_t)b_t^s - D^{high/low}] = 0$$

競争的な要素市場を仮定し，利潤最大化を達成しているとすると，

$$\alpha\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1} = q_t$$

$$(1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} = w_t$$

一階の条件，財市場，要素市場の市場均衡条件を加えると，Eggertsson＝Krugman モデルの体系は以下のようにまとめられる。

$$\left(1+\gamma_K\left(\frac{I_t}{\bar{I}}\right)-q_t\right)u_c^b(C_t^b) = \beta_b(1-\delta)\left(1+\gamma_K\left(\frac{I_{t+1}}{\bar{I}}\right)\right)E_t u_c^b(C_{t+1}^b)$$

$$u_c^s(C_t^s) = \beta_s(1+r_t)E_t u_c^s(C_{t+1}^s)$$

$$\frac{v_h^s(\bar{h}_t^s)}{u_c^s(\bar{C}_t^s)} = w_t$$

$$\frac{v_h^b(\bar{h}_t^b)}{u_c^b(\bar{C}_t^b)} = w_t$$

$$Y_t = (\chi_b K_t^b)^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

$$(1-\alpha)(\chi_b K_t^b)^{\alpha} L_t^{-\alpha} = w_t$$

$$\alpha(\chi_b K_t^b)^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = q_t$$

$$L_t = \chi_s h_t^s + \chi_b h_t^b$$

$$C_t = \chi_s C_t^s + \chi_b C_t^b$$

$$b_t^b = (1+r_{t-1})b_{t-1}^b - w_t h_t^b - q_t K_t^b + I_t^b + C_t^b + T_t^b + \gamma\left(\frac{I_t^b}{\bar{I}}\right)$$

$$K_t^b = I_t^b + (1-\delta)K_{t-1}^b$$

$$Y_t = C_t + I_t + \gamma\left(\frac{I_t^b}{\bar{I}}\right)$$

$$I_t = \chi_s I_t^s + \chi_b I_t^b$$

以上の13本の方程式を定常値の周りで対数線型化すれば，DSGEモデルを解くことができる。対数線型化の方法，定常値，各パラメーター値の設定については，第4節で述べる。

3　フィナンシャル・アクセラレーターモデルの概要

次節で見るハイブリッド・モデルのもう一つの構成は，Bernanke *et al.* [4] で展開されるフィナンシャル・アクセラレーターである。これは，資産価格の変動が起ると，資本市場の不完全性から外部資金調達プレミアムが内生的に変動し，当初のショックの影響を持続的に増幅させるという意味で，フィナンシャル・アクセラレーターと呼ばれている。当節では，このモデルの簡単な概要を述べる。

3.1　フィナンシャル・アクセラレーターモデルの構成

主要なモデルの構成は以下の通りである。企業の生産関数は次式で示される。

$$Y_t = F(K_t,\ L_t) = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{2}$$

Y_t は t 期の生産量，K_t は $t-1$ 期に企業家によって購入される資本，L_t は労働投入である。資本ストックの遷移式は，

$$K_{t+1} = \phi\left(\frac{I_t}{K_t}\right)K_t + (1-\delta)K_t \tag{3}$$

投入材として投資財 I_t を購入し，K_t と組み合わせて，生産関数ともいうべ

き $\phi(\cdot)$ 関数を通じて新しい資本財を生産するというイメージである。これはまた，この新しい資本財を生み出す際に調整費用がかかることも表している。なお，この $\phi(\cdot)$ 関数は，$\phi(0)=0$，$\phi'(\cdot)>0$，$\phi''(\cdot)<0$ を満たしている。企業が直面する問題は，制約付きの費用関数，すなわち以下のラグランジュ関数を最小化することである。すなわち，

$$\mathcal{L}_0=\sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r_{t+j}}\right)^j\Bigg\{w_{t+j}L_{t+j}+I_{t+j}-\Theta_{t+j}(Y_{t+j}-F(K_{t+j},\ L_{t+j}))$$

$$+Q_{t+j}\left[\phi\left(\frac{I_{t+j}}{K_{t+j}}\right)K_{t+j}+(1-\delta)K_{t+j}-K_{t+j+1}\right]\Bigg\} \tag{4}$$

ラグランジュ関数を I_t, K_{t+1} に関して偏微分して得られる一階の条件は以下の通りになる。

$$Q_t\phi'\left(\frac{I_t}{K_t}\right)=1 \tag{5}$$

$$1+r_{t+1}=\Bigg[\Theta_{t+1}F_{K_{t+1}}(K_{t+1},\ L_{t+1})+Q_{t+1}\Bigg\{\phi\left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}}\right)$$

$$-\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}}\phi'\left(\frac{I_{t+1}}{K_{t+1}}\right)+1-\delta\Bigg\}\Bigg]/Q_t \tag{6}$$

ここで，Q_t は，資産価格（財の価格に対する資本ストックの相対価格）でトービンの Q を表し，投資量は Q_t の増加関数であることが導かれる。(5)式を使い，$1+r_{t+1}$ を期待収益率 $E\{R^k_{t+1}\}$ に置き換え，Θ を限界費用と解釈でき，それを mc と書き直せば，次式が得られる。(9)

$$E\{R^k_{t+1}\}=E\left\{\frac{mc_{t+1}\cdot F_{K_{t+1}}(K_{t+1},\ L_{t+1})+Q_{t+1}(1-\delta)}{Q_t}\right\} \tag{7}$$

(3)(5)及び(7)式から新資本に対する需要関数が導出される。期待収益率 $E\{R^k_{t+1}\}$ は，投資量 (I_t)，あるいは資産価格 Q_t と負の関係にあることが導か

(9) Bernanke *et al.* [4] の脚注12より，$\phi KQ=I$。(5)式を利用すると，$\phi KQ=IQ\phi'$ が得られる。両辺を Q で割ると $\phi K=I\phi'$ が得られ，(7)式を導出できる。
(10) 同じことであるが，期待収益率は，資本ストック (K_{t+1}) と負の関係にある。

れる。[10] この資本の収益率と投資の関係は新資本への需要関数とみなすことができる。一方，Bernanke *et al.* [4] は資本市場の不完全性のもとで，最適契約から導かれた金融摩擦を埋め込んだ供給関数として次式を示している。

$$E\{R^k_{t+1}\}=s\left(\frac{N_{t+1}}{Q_tK_{t+1}}\right)R_{t+1} \qquad s'(\cdot)<0 \tag{8}$$

ここで，N は純資産，括弧内は純資産（自己資本）比率，R は預金金利を表す。この(8)式が新資本の供給関数となる。例えば，借手の企業の財務状況（純資産比率）が悪いとき，デフォルトリスクを勘案し，貸手は借入条件を厳しくし，外部資金調達プレミアム（$E\{R^k_{t+1}\}/R_{t+1}$）が高く設定されるという次第である。言い換えると，事前により高い資産収益率が予想されると，より多くの融資を受けることができる。

3.2 フィナンシャル・アクセラレーターのメカニズム

前節の(7)式と(8)式から，予期せぬ資産価格の変動が発生した場合，景気への増幅効果が働くことが以下のようにして示される。Q_t の予期せぬ上昇があった場合を考えよう。(5)式より直ちに投資 I_t の増大に帰結し景気を押し上げる。また(7)式は以下のように事後的にも成立するので，Q_t の予期せぬ1％の上昇は事後的な資産収益率 R^k_t の1％上昇につながる。

$$R^k_t=\frac{mc_t\cdot F_{K_t}(K_t,\ L_t)+Q_t(1-\delta)}{Q_{t-1}} \tag{9}$$

ところが，Bernanke *et al.* [4] で示されているように，予期せぬ資産収益率1％の上昇は，純資産の1％以上の増幅をもたらすことがわかっている。[11] すると(8)式より，自己資本比率 $\left(\dfrac{N_{t+1}}{Q_tK_{t+1}}\right)$ の増大がおこり，要求される資産収益率は減少することになる。上で指摘したように，期待収益率 $E\{R^k_{t+1}\}$ は，

(11) Bernanke *et al.* [4] における(4.10)式を参照。

投資量（I_t），あるいは資産価格 Q_t と負の関係にあることから，それらの変数をさらに押し上げ，資産市場（投資財市場）において持続的な増幅過程を実現する。資産価格の予期せぬ下落があった場合は資産市場にける下方の乗数過程が発生することになる。

4　ハイブリッド・モデルの展開

Goldstein and Razin [11] によると，金融危機はその特徴に応じて大まかに次のように分類できるとしている。すなわち，銀行危機，信用市場の凍結，そして通貨危機の3つであり，リーマンショックを端緒とした世界金融危機はこの3つの特徴をすべて兼ね備えており，それゆえ大きなダメージを与えたとしている。大恐慌に匹敵すると言われたこの金融危機を正確に捉えるためには金融危機を引き起こす要因を同時に考慮に入れたモデルの開発が必要だとも述べている。我々が構築するモデルの目的は，先行研究における金融危機モデルの要因を取り込み，1つのモデルに統合することである。そこで，以下において，前節までに述べた，債務・デフレーション仮説を考慮した Eggertsson＝Krugman モデル，および市場の不完全性を念頭に置いたフィナンシャル・アクセラレーターモデルを統合し，そのモデルの working を検討する。

4.1　モデルの詳細

当モデルには，家計（労働者）及び企業が存在し，企業は前節で仮定された生産技術及び自己資本を持ち，また銀行からの資金調達も行い投資を行う。家計の最大化問題は次式で与えられる。

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} = \beta_i^t [u^i(C_t^i) - v^i(h_t^i)] \qquad i = s \ or \ b$$

$$s.t. \qquad b_t^i = (1+r_{t-1}) b_{t-1}^i - w_t h_t^i + C_t^i + T_t^i$$

$$(1+r_t) b_t^i \leq D^{high/low}$$

この最大化問題のラグランジュ関数は，

$$\mathcal{L}_0^i = E_0 \beta_i^t \{u^i(C_t^i) - v^i(h_t^i)\}$$
$$+\phi_{1t}[b_t^i - (1+r_{t-1})b_{t-1}^i + w_t h_t^i - C_t^i - T_t^i] + \phi_{2t}[(1+r_t)b_t^i - D^{high/low}]\}$$

この1階の条件，及び相補性条件は，

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^i}{\partial C_t^i} = u_{c,\,t}^i - \phi_{1t} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^i}{\partial h_t^i} = -v_{h,\,t}^i + \phi_{1t} w_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_0^i}{\partial b_t^i} = \phi_{1t} - \beta_i(1+r_t)E_t\phi_{1t+1} + \phi_{2t}(1+r_t) = 0$$

$$\phi_{2t} \geq 0, \qquad D^{high/low} \geq (1+r_t)b_t^i, \qquad \phi_{2t}[(1+r_t)b_t^i - D^{high/low}] = 0$$

すると，貯蓄者（$=s$）のオイラー方程式は，

$$u_c^s(C_t^s) = \beta(1+i_t)E_t u_c^s(C_{t+1}^s)\frac{P_t}{P_{t+1}}$$

これを定常値の周りで対数線型化を施すと次式を得る（付録Aを参照)。

$$\hat{C}_t^s = E_t \hat{C}_{t+1}^s - \sigma(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r})$$

ここで，$\hat{C}_t^s \equiv \dfrac{C_t^s - \overline{C}^s}{\overline{Y}}$，$\sigma \equiv -\dfrac{u_c^s}{u_{cc}^s \overline{Y}}$，$\pi \equiv \log P_t / P_{t-1}$，$\hat{X}$ は定常値 $\overline{X}$ からの乖離率を表す。一方，借入制約のある債務者の消費は以下の式で決まる。(12)

$$C_t^b = -\left(\frac{1+i_{t-1}}{1+r_{t-1}}\right)\frac{P_{t-1}}{P_t}D_{t-1} + \frac{D_t}{1+r_t} + W_t h_t^b - T_t^b \qquad (10)$$

これを定常値の周りで線型化を施すと次式を得る（付録Bを参照)。

$$\hat{C}_t^b = \beta\hat{D}_t - \hat{D}_{t-1} + \gamma_D\pi_t - \gamma_D\beta(i_t - E_t\pi_{t+1} - \bar{r}) + \hat{W}_t + \hat{h}_t^b - \hat{T}_t^b$$

総消費，総労働，総所得についても，同様の対数線型化を施すと

$$\hat{C}_t = \chi^s \hat{C}_t^s + \chi^b \hat{C}_t^b$$

---

(12) この式の導出は以下のとおり。予算制約式を名目表示で再掲すると，$\dfrac{B_t}{P_t} = (1+i_{t-1})\dfrac{B_{t-1}}{P_t} - W_t h_t + C_t^b + T_t$ これに，債務制約式 $(1+r_t)\dfrac{B_t}{P_t} = D_t$ を代入すると(10)式が得られる。

$$\hat{h}_t = \chi^s \hat{h}_t^s + \chi^b \hat{h}_t^b$$

$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{I}_t + \hat{G}_t$$

また，上の1階の条件から，対数線型近似した労働の最適供給は以下の式で示される（付録Cを参照。以下において，$\omega^s = \omega^b = \omega$，並びに $\sigma^s = \sigma^b = \sigma$ を仮定)。

$$\hat{W}_t = \omega \hat{h}_t + \sigma^{-1} \hat{C}_t \tag{11}$$

$$\hat{W}_t = \omega \hat{h}_t^s + \sigma^{-1} \hat{C}_t^s$$

$$\hat{W}_t = \omega \hat{h}_t^b + \sigma^{-1} \hat{C}_t^b$$

次に，前節で展開したフィナンシャル・アクセラレーターモデルを統合する。まず，(5)式の両辺に対数をとり，定常値の周りで線型近似を求めると，

$$\hat{Q}_t + \log \phi' + \frac{\phi''}{\phi'} \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \hat{I}_t - \frac{\phi''}{\phi'} \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \hat{K}_t = 0$$

故に，

$$\hat{Q}_t = \varphi(\hat{I}_t - \hat{K}_t)$$

ここで，$\varphi \equiv -\dfrac{\phi''}{\phi'} \dfrac{\bar{I}}{\bar{K}}$

コブ・ダグラス型生産関数を仮定し，(7)式の線型近似を求めると，

$$\frac{\alpha \overline{mc} \cdot \bar{Y}}{\bar{K}} (\hat{m}c_{t+1} + \hat{Y}_{t+1} - \hat{K}_{t+1}) + (1-\delta) \hat{Q}_{t+1} = \bar{R} (\hat{R}_{t+1}^k + \hat{Q}_t)$$

故に，

$$\hat{R}_{t+1}^k = (1-\epsilon)(\hat{m}c_{t+1} + \hat{Y}_{t+1} - \hat{K}_{t+1}) + \epsilon \hat{Q}_{t+1} - \hat{Q}_t$$

ここで，$\epsilon \equiv \dfrac{1-\delta}{1-\delta + \dfrac{\alpha \overline{mc} \cdot \bar{Y}}{\bar{K}}} = \dfrac{1-\delta}{\bar{R}}$

次に，(8)式を Bernanke *et al.* [4] に倣い，$Q_t K_{t+1} = \phi(s_t) N_{t+1}$ としよう。但し，$s_t \equiv E\{R_{t+1}^k / R_{t+1}\}$，及び，$\phi(1) = 1$，$\phi'(\cdot) > 0$ である。この式の両辺に対数を取り，定常値の周りでテーラー展開すると，

$$\frac{\phi'}{\phi}\frac{(R^k_{t+1}-\overline{R}^k)}{\overline{R}^k}-\frac{\phi'}{\phi}\frac{(R_{t+1}-\overline{R})}{\overline{R}}=-[\hat{N}_{t+1}-(\hat{Q}_t+\hat{K}_{t+1})]$$

故に，

$$\hat{R}^k_{t+1}-\hat{R}_{t+1}=-v[\hat{N}_{t+1}-(\hat{Q}_t+\hat{K}_{t+1})]$$

ここで，$v\equiv\dfrac{\phi(\overline{R}^k/\overline{R})}{\phi'(\overline{R}^k/\overline{R})}$，および $\overline{R}^k=\overline{R}$ である。次に，純資産の遷移式は，Gilchrist and Leahy [10] に倣い，以下のようになる。

$$\hat{N}_{t+1}=\left(\frac{\gamma\overline{RK}}{\overline{N}}\right)(\hat{R}^k_t-\hat{R}_t)+\gamma\overline{R}(\hat{R}_t+\hat{N}_t)$$

また，資本ストックの遷移式は，(3)式を線型近似することで次式が容易に得られる。

$$\hat{K}_{t+1}=\delta\hat{I}_t+(1-\delta)\hat{K}_t$$

最後に，供給側及び金融政策，ショック変数の特定化によりモデルを閉じることができる。まず，コブ・ダグラス型生産関数を仮定しているため，

$$\hat{Y}_t=\hat{A}_t+\alpha\hat{K}_t+(1-\alpha)\hat{L}_t$$

また，企業にとっての最適な労働需要は，次式のように労働の限界生産物と実質賃金の均等化より決まる。すなわち，$mc_t(1-\alpha)\dfrac{Y_t}{L_t}=W_t$ であるから，これに対数線型化を施し，(11)式と合わせると，

$$\hat{mc}_t+\hat{Y}_t-\hat{L}_t=\omega\hat{L}_t+\sigma^{-1}\hat{C}_t$$

最近の新しいケインズ経済学では，短期的な価格の粘着性を仮定しており，本稿では Calvo [5] 型の価格設定の特定化を採用する。企業が価格を調節する確率を $1-\theta$ とすると，NKPC（New Keynesian Phillips curve）は次式で示される。(13)

$$\pi_t=\kappa mc_t+\beta E_t\{\pi_{t+1}\}$$

(13)　この式の導出については，江口 [1] 参照。

ここで，$\kappa \equiv (1-\theta\beta)(1-\theta)/\theta$ である。

4.2　モデルの方程式リスト

ハイブリッド・モデルの方程式リストは以下のとおり。(14)

$$C_t^s:\ \hat{C}_t^s = E_t\hat{C}_{t+1}^s - \sigma\hat{R}_t \tag{12}$$

$$C_t^b:\ \frac{\overline{C}_b}{\overline{Y}}\hat{C}_t^b = \beta_b\gamma_D\hat{D}_t - \gamma_D\hat{D}_{t-1} + \gamma_D\pi_t - \beta_b\gamma_D\hat{R}_t + \hat{W}_t + \hat{h}_t^b - \hat{T}_t^b \tag{13}$$

$$C_t:\ \hat{C}_t = \chi^s\frac{\overline{C}_s}{\overline{C}}\hat{C}_t^s + \chi^b\frac{\overline{C}_b}{\overline{C}}\hat{C}_t^b \tag{14}$$

$$Y_t:\ \hat{Y}_t = \frac{\overline{C}}{\overline{Y}}\hat{C}_t + \frac{\overline{I}}{\overline{Y}}\hat{I}_t + \frac{\overline{G}}{\overline{Y}}\hat{G}_t \tag{15}$$

$$h_t^s:\ \hat{W}_t = \omega\hat{h}_t^s + \sigma^{-1}\hat{C}_t^s \tag{16}$$

$$h_t^b:\ \hat{W}_t = \omega\hat{h}_t^b + \sigma^{-1}\hat{C}_t^b \tag{17}$$

$$W_t:\ \hat{L}_t = \chi^s\frac{\overline{h}_s}{\overline{L}}\hat{h}_t^s + \chi^b\frac{\overline{h}_b}{\overline{L}}\hat{h}_t^b \tag{18}$$

$$I_t:\ \hat{Q}_t = \varphi(\hat{I}_t - \hat{K}_t) \tag{19}$$

$$Q_t:\ \hat{R}_{t+1}^k = (1-\epsilon)(\hat{mc}_{t+1} + \hat{Y}_{t+1} - \hat{K}_{t+1}) + \epsilon\hat{Q}_{t+1} - \hat{Q}_t \tag{20}$$

$$R_t^k:\ \hat{R}_{t+1}^k - \hat{R}_{t+1} = -v[\hat{N}_{t+1} - (\hat{Q}_t + \hat{K}_{t+1})] \tag{21}$$

$$N_t:\ \hat{N}_{t+1} = \left(\frac{\gamma\overline{R}\overline{K}}{\overline{N}}\right)(\hat{R}_t^k - \hat{R}_t) + \gamma\overline{R}(\hat{R}_t + \hat{N}_t) \tag{22}$$

$$K_t:\ \hat{K}_{t+1} = \delta\hat{I}_t + (1-\delta)\hat{K}_t \tag{23}$$

$$Y_t:\ \hat{Y}_t = \hat{A}_t + \alpha\hat{K}_t + (1-\alpha)\hat{L}_t \tag{24}$$

$$\pi_t:\ \pi_t = \kappa\hat{mc}_t + \beta E_t\{\pi_{t+1}\} \tag{25}$$

$$mc_t:\ \hat{mc}_t + \hat{Y}_t - \hat{h}_t = \hat{W}_t \tag{26}$$

$$i_t:\ i_t = \max(0,\ \overline{R} + \phi_\pi\pi_t) \tag{27}$$

---

(14)　以下の数式では，$\hat{X}_t \equiv (X_t - \overline{X})/\overline{X}$ と定義されていることに注意。

$$R_t : \hat{R}_t = i_t - E_t\pi_{t+1} - \overline{R} \tag{28}$$

$$\begin{bmatrix} \text{パラメーター} & \text{値} & \text{パラメーター} & \text{値} & \text{パラメーター} & \text{値} \\ \beta_s & 0.98 & \beta_b & 0.84 & \gamma_D & 0.5 \\ \sigma & 1 & \hat{D}_{-1} & 0.3 & \chi_s & 0.66 \\ \varphi & 0.75 & \epsilon & 0.97 & \upsilon & 0.1 \\ \kappa & 0.1 & \alpha & 0.3 & \gamma & 0.979 \\ \delta & 0.025 & \overline{C}_s/\overline{C} & 0.66 & \overline{C}_b/\overline{C} & 0.34 \\ \overline{C}/\overline{Y} & 0.7 & \overline{I}/\overline{Y} & 0.2 & \overline{G}/\overline{Y} & 0.1 \\ \overline{h}_s/\overline{L} & 0.66 & \overline{h}_b/\overline{L} & 0.34 & \omega & 1 \\ \overline{R} & 1.19 & \overline{K}/\overline{N} & 2 & \phi_\pi & 1.3 \end{bmatrix}$$

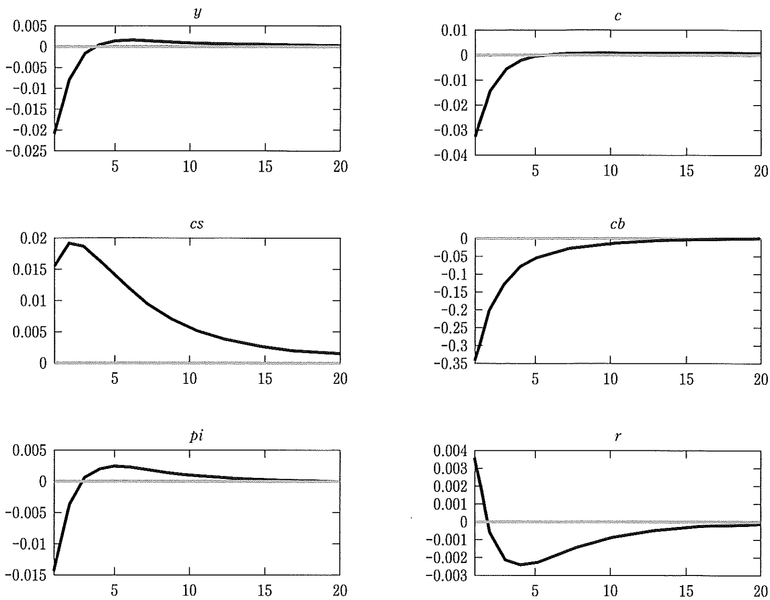
4.3　シミュレーション結果とモデルの含意

前節でみたハイブリッド・モデルによって行うシミュレーションは，ゼロ金利下の経済において，1）デレバレッジ・ショック，2）財務ショック，3）財政支出拡大がマクロ諸変数にどのような影響を与えるかをみるために行われる。特に，経済ショック時における物価粘着度の高低が果たす役割は，本稿のように Fisher＝Bernanke の負債・デフレーションメカニズムを織り込んだモデルでは，価格伸縮性を欠いたことが大恐慌を悪化させたという伝統的な見解と異なる結果となることを確認する。

4.3.1　デレバレッジ・ショック

デレバレッジ・ショックがマクロ経済にどのような影響を与えるかというのは，Eggertsson and Krugman [6] モデルのコアの部分である。本稿では，彼らと同じショックの設定を採用する。すなわち，債務上限 $\hat{D}_{-1}=0.3$ から，漸次自己回帰的に減少させ圧縮するのである。そのシミュレーション結果は図 1 に示されている通りである。借手（borrower）の消費（cb）は，予想どおりイ

図1：デレバレッジ・ショック

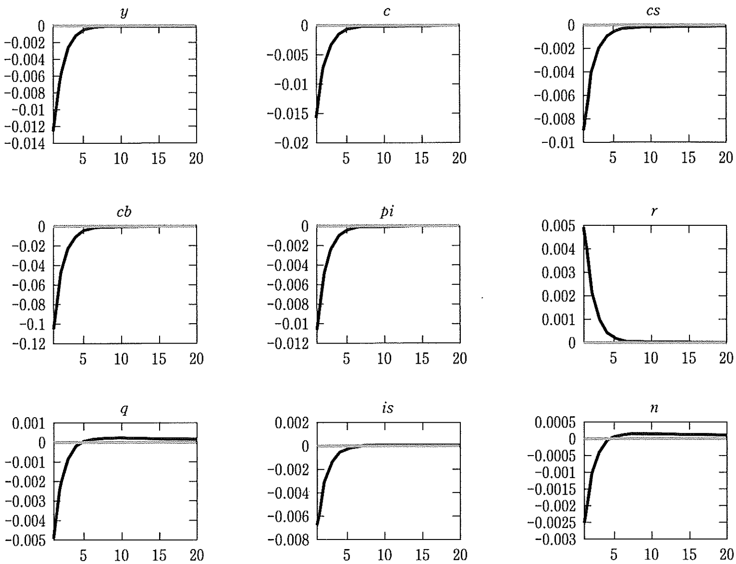


ンパクト時に大きく切り詰められ，しかもデフレ圧力が加わることがわかる（*pi* 図参照）。しかしその後，インフレ傾向が続き，実質金利が下落し，貯蓄者（saver）の消費は上昇する。マクロレベルの消費（c）も GDP（y）も初期時の負のインパクトを受けてから回復過程を示している。

4.3.2　財務ショック

次に行う財務ショック・シミュレーションは Bernanke *et al.* [4] のフィナンシャル・アクセラレーターモデルの working をみるために行うものである（図2参照）。つまり，企業の純資産の比率が瞬間的に悪化した場合，それが情報の非対称性から起こる資本市場の歪みにより，銀行の融資態度は硬化し，借入条件が悪化する。トービンの Q（q）や投資（is），GDP（y）への負の影響が確認できる。このケースでもデフレ圧力や実質金利の上昇が発生していることは

図 2 ：財務ショック

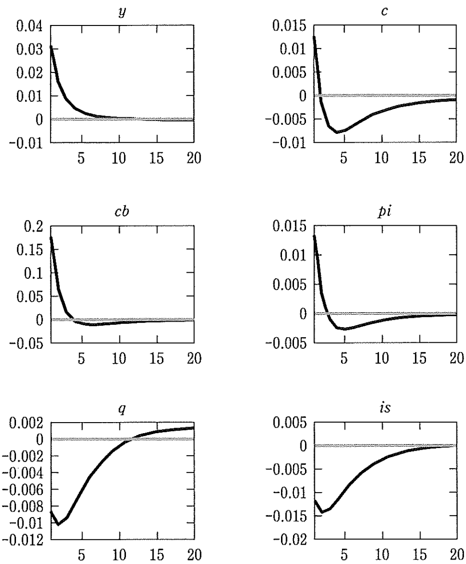


興味深い。このショックの影響は 5 期を経たのち，定常値に収束する。

4.3.3　財政支出拡大

初期の財政支出拡大は，自己回帰型モデル $g_t=\rho_g g_{t-1}+\varepsilon_t$ に従って，減衰していく。その効果は図 3 に示されているが，GDP 変数にその効果が集約されている。財政支出拡大が当初インフレ圧力として作用するが，その後減少していく。それは，流動性制約の借手（borrower）の消費の動きを決める。初期を除き，実質金利の上昇が標準的なオイラー方程式に従う貯蓄者（saver）の消費を決める。投資に対しては教科書的なクラウディング・アウト効果により減少する。トータルとしてケインズ的な乗数効果が働いていることが確認される。借手，すなわち債務者のウェイトが大きくなればなるほど，この乗数効果は大きくなることもシミュレーションで確認できる（本稿ではその結果を省略している）。

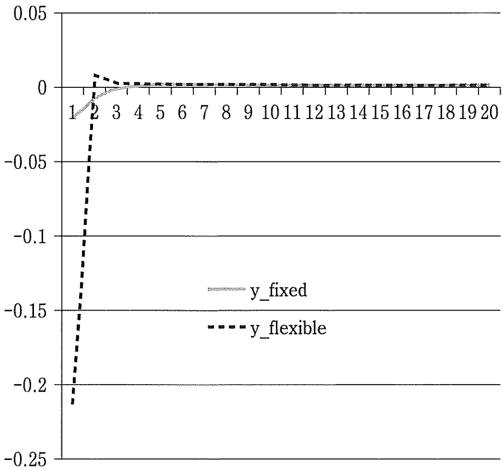
図3：財政支出拡大



4.3.4　価格粘着度のマクロ経済的含意

前述の $\kappa\equiv(1-\theta\beta)(1-\theta)/\theta$ において，θ は価格硬直性を示すパラメーターであり，デフォルトの値は0.75として設定している（$\kappa=0.088$）。これに対して価格伸縮性が高いケースの場合（$\theta=0.25$ と仮定した場合，$\kappa=2.26$），上でみた経済ショックが加わった場合のマクロ経済パフォーマンスにどのような違いがあるのであろうか。図4には，デレバレッジ・ショックが加わった場合，価格が硬直的な場合のほうが，そのショックをより軽微に吸収する特性を確認できる。これは，価格が伸縮的な場合，より大きなデフレ圧力を生み，それが実質債務残高の増加を起こし，借手（borrower）の消費（*cd*）を抑制してしまうのである。これこそが，Fisher [8] が大恐慌の原因として唱えた負債・デフレーションメカニズムのポイントになる部分である。

図 4 ：価格硬直性 vs 価格伸縮性



5 結論

本稿では，Eggertsson＝Krugman モデル及び Bernanke＝Gertler 型のフィナンシャル・アクセラレーターモデル及びその簡単なサーベイを試みた。さらには，それらのモデルの特性を備えたハイブリッド・モデルの構築，並びにそのモデルによる種々のシミュレーションを試みた。その結果，債務圧縮から起こるデレバレッジ・ショック，負債・デフレーションメカニズム，資産価格の変動が引き起こすフィナンシャル・アクセラレーターメカニズム，価格硬直性のマクロ経済学における意義の再考の必要性，さらにはゼロ金利下及び民間のデレバレッジを起こしている経済における財政支出の重要性などを確認した。Eggertsson and Krugman [6] モデルの working の追認の側面もあるが，資産市場の不完全性の側面をモデル化したフィナンシャル・アクセラレーターメカニズムを取り入れた，より金融危機の分析に適したモデルであると考えられる。ただ，ニューケインジアンモデルに対するお馴染みの批判にあるように，Eggertsson＝Krugman モデル及びハイブリッド・モデルには「現金」の存在が

ない。金融政策を考える上で不可欠な貨幣が明示されておらず，従って，量的緩和政策の効果を分析することができない。貨幣摩擦や中央銀行に関するモデルを取り込み，資産市場との連動の特性を生かした，さらなるモデル分析は今後の課題となる。

付録A　オイラー方程式の対数線型化

オイラー方程式の対数線型近似は以下のように求められる。

$$u_c^s(C_t^s)=\beta_s(1+i_t)E_t u_c^s(C_{t+1}^s)\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{1}$$

(1)式を対数線型近似（log-linearization）すると

$$\hat{C}_t^s=E_t\hat{C}_{t+1}^s-\sigma(i_t-E_t\pi_{t+1}-\bar{r}) \tag{2}$$

となることを証明する。但し，ここで $\hat{C}_t^s\equiv\dfrac{C_t^s-\bar{C}^s}{\bar{Y}}$，及び $\sigma\equiv-\dfrac{u_c^s}{u_{cc}^s\bar{Y}}$

(1)式に対数を取ると

$$\log u_c^s(C_t^s)=\log\beta_s+\log(1+i_t)+E_t u_c^s(C_{t+1}^s)+\log\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3}$$

テーラー展開を施すと

$$\log u_c^s(\bar{C})+\frac{u_{cc}^s(\bar{C})}{u_c^s(\bar{C})}[\bar{C}_t^s-\bar{C}]=-\bar{r}+i_t+\log u_c^s(\bar{C})+\frac{u_{cc}^s(\bar{C})}{u_c^s(\bar{C})}[\bar{C}_{t+1}^s-\bar{C}]-\pi_{t+1} \tag{4}$$

ここで，$\bar{r}=\log\beta_s^{-1}$，$\pi_t=\log\left(\dfrac{P_t}{P_{t-1}}\right)$

両辺に $\dfrac{\bar{Y}}{\bar{Y}}$ を掛けると

$$\frac{u_{cc}^s(\bar{C})\bar{Y}}{u_c^s(\bar{C})}\left[\frac{C_t^s-\bar{C}}{\bar{Y}}\right]=(i-E_t\pi_{t+1}-\bar{r})+\frac{u_{cc}^s(\bar{C})\bar{Y}}{u_c^s(\bar{C})}E_t\left[\frac{C_{t+1}^s-\bar{C}}{\bar{Y}}\right] \tag{5}$$

によって

$$-\frac{1}{\sigma}\cdot\hat{C}_t^s=(i-E_t\pi_{t+1}-\bar{r})-\frac{1}{\sigma}\cdot E_t\hat{C}_{t+1}^s \tag{6}$$

付録B　$\hat{C}_t^b=\hat{I}_t^b+\beta\hat{D}_t-\hat{D}_{t-1}+r_D\pi_t-r_D\beta(i_t-E_t\pi_{t+1}-\bar{r})-\hat{T}_t^b$ の導出

名目表示の予算制約式は以下の通りである。

$$B_t=(1+i_{t-1})B_{t-1}-P_tI_t^b+P_tC_t^b+P_tT_t^b \tag{1}$$

ここで，I_t^b は債務者の賃金所得を表し，$I_t^b=W_th_t^b$ で定義される。上式の両辺を P_t で割ると，

$$\frac{B_t}{P_t}=(1+i_{t-1})\frac{B_{t-1}}{P_t}-I_t^b+C_t^b+T_t^b \tag{2}$$

(2)式の $\dfrac{B_{t-1}}{P_t}$ は，$(1+r_t)\dfrac{B_t}{P_t}=D_t$ を利用すると，次のように変形できる。

$$\frac{B_{t-1}}{P_t}=\frac{P_{t-1}}{P_t}\cdot\frac{B_{t-1}}{P_{t-1}}=\frac{P_{t-1}}{P_t}\cdot\frac{D_{t-1}}{1+r_{t-1}} \tag{3}$$

(3)式を(2)式に代入し整理すると，

$$C_t^b=-\frac{1+i_{t-1}}{1+r_{t-1}}\frac{P_{t-1}}{P_t}D_{t-1}+\frac{D_t}{1+r_t}+I_t^b-T_t^b \tag{4}$$

(4)式から，定常値に関して次式が成り立つ。

$$\overline{C}^b=-\overline{D}+\frac{\overline{D}}{1+\bar{r}}+\bar{I}^b-\overline{T}^b \tag{5}$$

Uhlig [16] の方法を使うと(4)式は以下のように変形される。すなわち，

$$\overline{C}_be^{\tilde{C}_t^b}=-\frac{e^{i_{t-1}}}{e^{r_{t-1}}}e^{-\pi_t}\overline{D}e^{\tilde{D}_{t-1}}+\frac{\overline{D}e^{\tilde{D}_t}}{e^{r_t}}+\bar{I}e^{\tilde{I}_t^b}-\overline{T}^be^{\tilde{T}_t^b} \tag{6}$$

ここで，$X_t=\overline{X}e^{\tilde{X}_t}$，$\tilde{X}_t=\dfrac{X_t-\overline{X}}{\overline{X}}$，$1+i_t=e^{i_t}$，$\dfrac{P_t}{P_{t-1}}=e^{\pi_t}$ を利用している。

整理すると，

$$\overline{C}_be^{\tilde{C}_t^b}=-\overline{D}e^{i_{t-1}-r_{t-1}-\pi_t+\tilde{D}_{t-1}}+\overline{D}e^{\tilde{D}_t-r_t}+\bar{I}e^{\tilde{I}_t^b}-\overline{T}^be^{\tilde{T}_t^b} \tag{7}$$

上式を定常値の周りでテーラー展開すると，

$$\begin{aligned}\overline{C}^b(1+\tilde{C}_t^b)&=-\overline{D}(1+\tilde{D}_{t-1}-\pi_t)+\overline{D}[e^{-\bar{r}}+e^{-\bar{r}}(\tilde{D}_t-(r_t-\bar{r}))]\\&\quad+\bar{I}^b(1+\tilde{I}_t^b)-\overline{T}_t^b(1+\tilde{T}_t^b)\end{aligned} \tag{8}$$

(8)式から(5)式を引くと,

$$\bar{C}^b\tilde{C}_t^b = -\bar{D}(\tilde{D}_{t-1}-\pi_t)+\bar{D}\cdot\frac{\tilde{D}_t}{1+\bar{r}}-\bar{D}\cdot\frac{r_t-\bar{r}}{1+\bar{r}}+\bar{I}^b\tilde{I}_t^b-\bar{T}^b\tilde{T}_t^b \tag{9}$$

上式を $\bar{Y}$ で除し，整理すると,

$$\hat{C}_t^b = -\hat{D}_{t-1}+\gamma_D\pi_t+\beta\hat{D}_t-\beta\gamma_D(i_t-E_t\pi_{t+1}-\bar{r})+\hat{I}_t^b-\hat{T}_t^b \tag{10}$$

ここでは，$r_D\equiv\dfrac{\bar{D}}{\bar{Y}}$ であり，フィッシャー方程式より $r_t-\bar{r}=i_t-E_t\pi_{t+1}-\bar{r}$ が成りたつことを利用した。

付録C　最適労働供給式，$\hat{W}_t=\omega\hat{h}_t+\sigma^{-1}\hat{C}_t$ の導出

最適条件から以下の式が得られる。

$$u_c(C_t)-\phi_{1t}P_t=0 \tag{1}$$

$$-v_h(h_t)+P_tW_t\phi_{1t}=0 \tag{2}$$

ϕ_{1t} を消去すると，

$$W_tu_c(C_t)=v_h(h_t) \tag{3}$$

両辺に対数を取ると

$$\log W_t+\log u_c(C_t)=\log v_h(h_t) \tag{4}$$

定常状態では，以下の式が成立する。

$$\log \overline{W}+\log u_c(\overline{C})=\log v_h(\overline{h}) \tag{5}$$

定常値の周りでテーラー展開し，（5）式を考慮すると，

$$\frac{1}{\overline{W}}(W_t-\overline{W})+\frac{u_{cc}(\overline{C})}{u_c(\overline{C})}(C_t-\overline{C})=\frac{v_{hh}(\overline{h})}{v_h(\overline{h})}(h_t-\overline{h}) \tag{6}$$

両辺に $\dfrac{\overline{Y}}{\overline{Y}}$ を掛けると

$$\frac{1}{\overline{W}}(W_t-\overline{W})+\frac{\overline{Y}u_{cc}(\overline{C})}{u_c(\overline{C})}\left(\frac{C_t-\overline{C}}{\overline{Y}}\right)=\frac{\overline{Y}v_{hh}(\overline{h})}{v_h(\overline{h})}\left(\frac{h_t-\overline{h}}{\overline{Y}}\right) \tag{7}$$

故に，

$$\hat{W}_t-\frac{1}{\sigma}\hat{C}_t=\omega\hat{h}_t \tag{8}$$

ここで，$\omega\equiv\dfrac{\overline{Y}v_{hh}(\overline{h})}{v_h(\overline{h})}$

参考文献

[1] 江口允崇, 2011,『動学的一般均衡モデルによる財政政策の分析』, 三菱経済研究所

[2] 内閣府, 2009,『世界経済の潮流 2009年』, 内閣府

[3] Bernanke, B., 2000, *Essays on the Great Depression,* Princeton University Press.

[4] Bernanke, B., M. Gertler, and S. Gilchrist, 1999, "The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework," in *Handbook of Macroeconomics,* Vol. 1C, Chapter 21, ed. by J. B. Taylor and M. Woodford (Amsterdam: North-Holland).

[5] Calvo, G., 1983, "Staggered Prices in a Utility-Maxmizing Framework," *Journal of Monetary Economics,* 12, 383-398.

[6] Eggertsson, G. B., and P. Krugman, 2012, "Debt, Deleverage, and the Liquidity Trap: A Fisher-Minsky-Koo Approach," *The Quarterly Journal of Economics,* 127(3), 1469-1513.

[7] Eichengreen, B., 1992, *Golden Fetters,* Oxford University Press.

[8] Fisher, I., 1933, "Debt-Deflation Theory of Great Depression," *Econometrica,* 1, 337-357.

[9] Friedman, F., and A. Schwartz, 1963, *A Monetary History of the United States, 1867-1960,* Princeton University Press.

[10] Gilchrist, S. and J. V. Leahy, 2002, "Monetary policy and asset prices," *Journal of Monetary Economics,* 49, 75-97.

[11] Goldstein, I., and A. Razin, 2012, "Three Branches of Theories of Financial Crises," NBER Working Paper 18670.

[12] International Monetary Fund, 2009, *World Economic Outlook,* September.

[13] Kindleberger, C. P., 1978, *Manias, Panics, and Crashes,* Basic Books.

[14] Koo, R., 2008, *The Holy Grail of Macroeconomics: Lessons from Japan's Great Recession,* New York: Wiley.

[15] Minsky, H., 1986, *Stabilizing an Unstable Economy,* New Heaven, Yale University Press.

[16] Uhlig, H., 1999, "A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily," in Ramon Marimon and Andrew Scott, eds., *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies,* Oxford University Press.