

資産バブルと高齢化

三宅 敦史

概要

本稿では人口の高齢化が資産バブルに及ぼす影響について分析する。各家計が長生きすることによって、若年期の消費と子どもの数を減らし、老年期の消費を増やすために貯蓄を増やす。そのため経済全体として貯蓄総額が増加する。その貯蓄がバブル資産で運用されることで均衡におけるバブルは増加することが分かる。

JEL Classification : E21 J11

キーワード：資産価格、バブル、高齢化

1 はじめに

経済の歴史をひも解くと、資産バブルが頻繁していることが分かる。ここでいう「バブル」とは「ファンダメンタルズからの乖離」であると考えることができるが、バブルが継続するためには、次々と新たな買い手が出てくる必要がある。多くの人が現在の資産価格が実態とかけ離れているにもかかわらず購入しようとするのは、自分が購入したときよりも高い価格で売り抜けられるだろうと考えるからであり、潜在的な買い手が少なければそのような資産を買おうと考える人は少なくなるはずである。このため、人口が成長している経済ではバブルが発生しやすいと考えられる。実際、17世紀のオランダにおけるチューリップバブル (Tulip mania) やイギリスにおける南海泡沫バブル (South Sea Bubble)、1980年代の日本の平成景気 (いわゆるバブル景気)、2000年代のアメリカや中国の住宅バブルなど、過去の有名なバブルを考えると、人口が増

資産バブルと高齢化

加し、新しい買い手が次々と誕生している時代にバブルが発生していることが分かる。

人口が増加する要因としては、出生率の増加と死亡率の減少が考えられるが、出生率は一人当たり所得の増加とともに減少する傾向にある一方で、医療技術の進歩などのために死亡率は低下してきており、そのため先進国では平均寿命の伸びが観察される。いいかえれば経済は少子高齢化しているということが出来る。一般的に高齢者は現役時代に蓄えた貯蓄を取り崩すことで生活すると考えれば、人口の高齢化は貯蓄の増加を招くので、バブルが発生しやすい状態にあるのではないかと考えられる。そのため本稿では人口が高齢化するとバブルが増加するのではないかという仮説を、理論的に考察していきたい。

分析に入る前にいくつか先行研究を紹介しよう。Tirole (1985) は、経済が動学的に非効率な状態にある場合に、バブル資産を導入することで、その非効率性を解消できることを示した。これは家計が貯蓄の一部を資本ストックからバブル資産へと移しかえ、そのために資本の過剰蓄積が解消されるためである。つまり適当な水準のバブル資産を導入することで、消費の黄金律が達成されるように経済を導くことができることになる。Tirole (1985) は2期間の世代重複モデルを用いて分析を行っているが、Weil (1989) は無限期間の世代重複モデルにおいても Tirole (1985) で導かれたのと同様の結果が成立することを明らかにした。

Grossman and Yanagawa (1993) はバブルの存在と成長率の関係について分析しており、均衡における成長率がバブルのない経済における利子率より大きいときにバブルが存在する可能性を示している。Futagami and Shibata (2000) は Weil (1989) のモデルを連続時間モデルに拡張し、均衡においてバブルが存在する必要十分条件を導出し、バブル資産の供給の増加は定常状態における経済成長率を高めるという結論を導いている。

本稿では Tirole (1985) で展開されたモデルを、人口を内生化したうえで老年世代の生存確率を導入することによって拡張し、人口の高齢化がバブルに及

ばす影響について考察する。得られた結論は次のとおりである。人口が高齢化すると、各家計が持つ子どもの数と若年期の消費が減少し、一方で老年期の消費が増加する。老年期の消費は貯蓄によって賄われるので、このことは貯蓄の増加を意味する。これらの貯蓄はバブル資産と資本ストックによって次期に持ち越されるので、均衡におけるバブル資産と資本ストックはともに増加する。つまり、人口の高齢化はバブルの増加を引き起こすということが明らかになった。

本稿の構成は次のとおりである。第2節でバブルのない経済について均衡を求め、第3節で Tirole (1985) に基づいてバブルを導入し、バブル経済の均衡を導く。第4節で高齢化の影響について分析し、本稿の分析で得られた結論を第5節でまとめる。

2 バブル資産のない経済

幼少期、若年期、老年期の3期間生存する家計を考える。この家計は確率 p で老年まで生存するものとする。各家計は若年期の消費と老年期の消費に加え、子どもの数からも効用を得るものとする。各家計は若年期に子どもを育てるための一定の費用を支払う必要があるが、単純化のためにこの費用は（子どもにとっては消費とみなすことができるが）子どもの効用には影響を及ぼさないものとする。この結果、本稿のモデルは通常の2期間の世代重複モデルと同じである。

各家計の解くべき問題は次のようになる。

$$\max U = \ln c_{1t} + p\beta \ln c_{2t+1} + \gamma \ln n_t$$

$$s. t. c_{1t} + zn_t + \frac{c_{2t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t$$

但し、 c_1 , c_2 はそれぞれ若年期と老年期の消費、 n は子どもの数、 z は子どもを一人育てるのに必要な費用、 r , w は資本のレントと賃金である。単純化のため、ここでは若年期で死亡した家計の貯蓄は、政府が全額没収する（すなわち

資産バブルと高齢化

相続税が100%である) ものと考える。更に政府が相続税によって徴収した資産は、家計に再配分することもなし、生産活動に用いることもないものとする。

このとき最適化のための1階条件は次のようになる。

$$c_{1t} = \frac{1}{1 + p\beta + \gamma} w_t \quad (1)$$

$$c_{2t+1} = \frac{p\beta(1 + r_{t+1})}{1 + p\beta + \gamma} w_t \quad (2)$$

$$n_t = \frac{\gamma}{z(1 + p\beta + \gamma)} w_t \quad (3)$$

次に企業について考える。企業は家計が若年期に非弾力的に供給する労働と資本を用いて最終財を生産する。生産関数はコブダグラス型であるとする。

$$Y_t = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

この式を若年労働者一人当たり直すと、

$$y_t = k_t^\alpha$$

となる。但し $k_t \equiv K_t/N_t$, N_t は t 期の若年世代の数である。完全競争市場を仮定すると、賃金と資本のレントは次のようになる。

$$w_t = (1 - \alpha) k_t^\alpha \quad (4)$$

$$(1 + r_t) = \alpha k_t^{\alpha-1} \quad (5)$$

資本は1期で完全減耗すると仮定すると、次のような資本市場の均衡式が得られる。

$$K_{t+1} = s_t N_t \Leftrightarrow k_{t+1} = \frac{s_t}{n_t} = \frac{pz\beta}{\gamma} \quad (6)$$

以上より、この経済はどのような初期時点から出発したとしても、若年一人当たりの資本ストックが一定になるような経済に収束することが分かる。

よく知られているように、世代重複モデルの場合、資本ストックが一人あたりの消費を最大にする黄金律の水準を超えて蓄積される動学的に非効率な状態に陥る可能性を排除することができない。この経済が動学的に非効率であるの

は、資本の収益率が人口成長率を下回る場合である。すなわち、(3)式と(5)式より

$$1+n_{t+1} < n_t \Leftrightarrow k_t > \left[\frac{z\alpha(1+p\beta+\gamma)}{(1-\alpha)\gamma} \left(\frac{pz\beta}{\gamma} \right)^{\alpha-1} \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

を満たすような水準まで資本ストックが蓄積されている場合、経済は動学的に非効率であると言える。

3 バブル資産の導入

前節ではバブルが存在しない場合の均衡を導出したので、本節では、Tirole (1985) に基づいて、バブル資産の導入が経済に及ぼす影響についてみていこう。バブル資産がある場合、家計からみると貯蓄手段は資本ストックとバブル資産の2種類存在することになる。このことから次の式が得られる。

$$K_{t+1} + B_{t+1} = s_t N_t \Leftrightarrow k_{t+1} + b_{t+1} = \frac{s_t}{n_t} = \frac{pz\beta}{\gamma} \quad (7)$$

但し、 $b_t \equiv B_t/N_t$ は若年一人当たりのバブル資産である。家計が資本ストックとバブル資産の両方を保有するためには、均衡において2つの資産の収益率が等しくならなければならない⁽¹⁾。もし両者の収益率が違う場合は、家計は収益率の低い資産を売却し収益率の高い資産を買うという裁定行動を行うので、その結果、均衡において資本ストックとバブル資産の収益率は等しくなる。つまり、バブル資産の収益率は次のように書ける。

$$B_{t+1} = (1+n_t)B_t \Leftrightarrow b_{t+1} = \frac{(1+n_t)}{n_t} b_t \quad (8)$$

(7)式及び(8)式より、資本ストックとバブル資産の動学式が得られる。

$$b_{t+1} = \frac{z\alpha(1+p\beta+\gamma)}{\gamma(1-\alpha)k_t} b_t \quad (9)$$

(1) 詳しい分析は、Samuelson (1958) を参照。

資産バブルと高齢化

$$k_{t+1} = \frac{pz\beta}{\gamma} - \frac{z\alpha(1+p\beta+\gamma)}{\gamma(1-\alpha)}k_t \quad (10)$$

この経済は、(9)式と(10)式の2本の動学式で表すことができ、その位相図は図1のようになる。

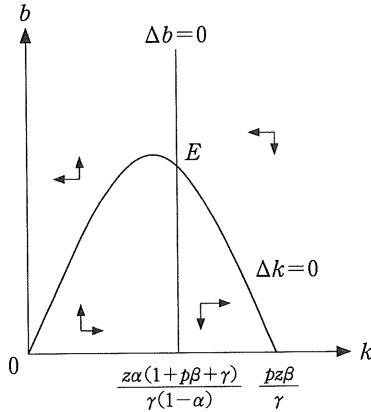


図1：位相図

$\Delta b \equiv b_{t+1} - b_t = 0$ 線と $\Delta k \equiv k_{t+1} - k_t = 0$ 線とが交わる点 E がこの経済における均衡である。図1から分かるように、この経済には点 E へと向かうただ一つの鞍点経路が存在し、その経路より下方に経済が位置している場合、経済はバブルのない状態へと収束する。逆に鞍点経路よりも上方に位置している場合、最終的には $k=0$ となるので生産及び消費は0になってしまうことになる。

均衡におけるバブル資産と資本ストックの値は次のように求まる。

$$b^* = \frac{pz\beta(1-2\alpha) - z\alpha(1+\gamma)}{\gamma(1-\alpha)} \quad (11)$$

$$k^* = \frac{z\alpha(1+p\beta+\gamma)}{\gamma(1-\alpha)} \quad (12)$$

図1の位相図から明らかなように、バブル資産がある経済における均衡の資本ストックは、バブルがない経済における資本ストックよりも少ないことが分かる。

る。つまり、経済が動学的に非効率な場合、バブル資産を導入することで資本の過剰蓄積が解消され、動学的に効率な状態に導くことが可能になるのである。

4 高齢化の影響

モデルの設定が終わったので、次に高齢化が経済に及ぼす影響についてみていこう。このモデルでは、老年世代まで生きる確率 p の上昇を経済の高齢化と捉えることができる。

初めに子どもの数 n に及ぼす影響から考えよう。⁽²⁾ (3)式、(4)式及び(12)式から、均衡における子どもの数は

$$n^* = \alpha^{\alpha} \left[\frac{\gamma(1-\alpha)}{z(1+p\beta+\gamma)} \right]^{1-\alpha}$$

となる。この式から p が上昇すると、均衡における子どもの数 n は減少することが分かる。換言すれば生存確率が上昇すれば、単に老年世代の数が増加す

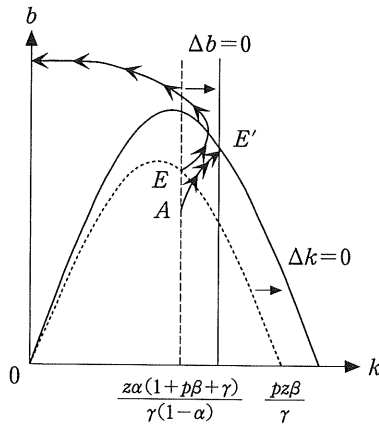


図 2：高齢化の影響

(2) n_t は t 期の各若年世代が産む子供の数であるが、 $N_t = N_{t-1} \times n_t \Leftrightarrow n_t = N_t / N_{t-1}$ であることから、若年世代（現役世代）の人口成長率と言い換えることもできる。

資産バブルと高齢化

るだけではなく、子どもの数が減少するので、経済が少子高齢化することが分かる。

次に資本ストックとバブル資産への影響についてみていこう。 p が上昇すると、 $\Delta B=0$ は右にシフトし $\Delta K=0$ は外側に膨らむことが分かる。また生存確率が上昇した後の均衡点 E' におけるバブル資産と資本ストックは、それぞれ

$$\frac{\partial b^*}{\partial p} = \frac{z\beta(1-2\alpha)}{\gamma(1-\alpha)} > 0$$

$$\frac{\partial k^*}{\partial p} = \frac{z\alpha\beta}{\gamma(1-\alpha)} > 0$$

であることから、どちらも増加することが分かる。つまり、各家計がより長生きすると、若年期の消費と子どもの数を減らし、老年期の消費を増加させる。老年期の消費は貯蓄によってのみ賄われるため、貯蓄手段である資本ストックとバブル資産はどちらも増加するという結果になる。

但し、もともとの均衡点 E が、新たな均衡点 E' に向かう鞍点経路上になければ、経済は最終的にバブルのない経済へと収束するか、あるいはバブルが発散し $k=0$ となってしまうかのどちらかである。例えば図2のようにもともとの均衡が新たな鞍点経路よりも上方に位置している場合、何もしなければ将来的にバブルが発散してしまうことになる。このため政府が点 A になるようにバブル資産の量を減らす必要がある。

5. 結 論

本稿では、Tirole (1985) で展開された2期間世代重複モデルにおけるバブル資産のモデルを、出生率の内生化と生存確率を導入することでモデルを拡張し、人口の高齢化がバブルに及ぼす影響について分析を行った。

生存確率が上昇することにより人口が高齢化すると、各家計は若年期の消費と子どもの数を減らし、老年期の消費のための貯蓄を増やす。経済には貯蓄手段として物的資本とバブル資産の2つがあるので、貯蓄が増えることにより均

衡におけるこの2つの資産のストックは増加する。すなわち、人口の高齢化によってバブル資産の残高が増加することが分かる。以上の結論は、人口が増えて貯蓄が増えている経済でバブルが発生しているという歴史的事実と整合的である。

本稿では老年期の消費を自らの貯蓄のみで賄うと仮定して分析を行ったが、現実の経済では、高齢者は自らの貯蓄に加えて年金も受給することで消費を行っており、年金がある場合とない場合で分析結果が大きく異なることも予想される。年金を導入した場合のマクロ経済への影響に関する分析については今後の課題としたい。

参 考 文 献

- Futagami, Koichi and Akihisa Shibata (2000). "Growth Effects of Bubbles in an Endogenous Growth Model," *The Japanese Economic Review* 51(2): 221-235.
- Grossman, Gene and Noriyuki Yanagawa (1993). "Asset Bubbles and Endogenous Growth," *Journal of Monetary Economics* 31(1): 3-19.
- Samuelson, Paul (1958). "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *The Journal of Political Economy* 66(6): 467-482.
- Tirole, Jean (1985). "Asset Bubbles and Overlapping Generations," *Econometrica* 53(6): 1499-1528.
- Weil, Philippe (1989). "Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents," *Journal of Public Economics* 38(2): 183-198.