

メタ・ヒューリスティックを ベースにした時間割 構築システムの研究

毛 利 進 太 郎*
塩 出 省 吾**
柴 田 淳 子*
石 井 博 昭***

概 要

神戸学院大学経済学部では2007年度から、2つのキャンパスに学年ごとに分かれる2キャンパス制になった。これにより時間割作成において学生と教員にまたがる大きな制約となり、時間割の作成が大きな問題となった。他方これまで時間割作成は人の手に頼っており、その作成、チェックに大きな労力が必要であった。さらには出来上がった時間割に対し評価を与えることが困難であった。そこで本研究では時間割の作成を行うためにメタ・ヒューリスティックを用いた手法の提案を行い、その検証を行う。

1. は じ め に

神戸学院大学では2007年度より、従来の神戸市西区の有瀬キャンパス（以後KACという）に加え、神戸市中央区ポートアイランドに新たにキャンパス

*神戸学院大学経済学部

**神戸学院大学経営学部

***大阪大学大学院情報科学研究科

(以後 KPC という) を開設し、2つのキャンパスで講義を行うことになった。そこで経済学部は1, 2年生対象の講義を KAC で、3, 4年生対象の講義を KPC で行うことになった。さらに同時期にカリキュラムが改変され、半期2時間の講義と、半期1時間で前後期に内容のつながりのある講義の2種類の講義を考慮する必要が出てきた。これにより従来に比べ時間割が複雑になり、その作成が難しくなった。従来時間割の作成は手作業で行っており、作成とそのチェックに多大な労力を必要としてきた。そこで本研究では時間割作成を行うためのシステムの開発を行う。

従来の時間割作成の研究では主に、その制約条件の定式化を行い、整数計画問題や制約充足問題という最適化問題として解を求めるということが中心であった[2, 3, 4, 9]。しかし、これらの手法では以下のような問題が生じる。

- 制約や評価を定式化、数値化する手法では取り込むことが困難な要因が生じる。たとえば現在、数人の教員に1日に2つのキャンパスを移動する時間割を課しているが、これには教員の担当科目の構成や移動手段の有無、年齢等といった様々な要因を考慮して移動が必要となる教員を決定しており、これらを定式化することは困難であり、かつ決定された解の妥当性に問題がある。
- 多くの教員は例年同じ講義を担当しており、それらの講義の開講時間も例年大きな変更はない。ただし、実際には常にカリキュラムの変更もしくは経過中(カリキュラムの変更から完成までは変更開始時の入学生が卒業するまでの4年を要する)であり、一定程度の変更が必要である。そこで1年前の時間割をベースとして、カリキュラムの変更を盛り込みつつ、時間の変更をできる限り抑える必要がある。最適化アルゴリズムの多くはこのような実行可能解である前年度の時間割を無視して最適な時間割を策定してしまう。
- 最適化問題へと定式化を行うには目的関数の決定が必要であるが、時間割を決定においては教員、各学年の学生にたいするそれぞれの評価があり、多

目的最適化問題として取り扱う必要がある。さらにはそもそも個々の教員、学生にとっての評価軸が異なる（例えば、ある教員にとって講義が1日に固まって3コマあることが好ましくても別の教員にとっては好ましくないなど）ため、個々の評価を数値化することが困難である。

これらの問題より、本研究では、何らかの形で定義された最適な時間割を自動的に求めるということではなく、時間割を構築する過程において採用できるシステムを構築することを目的とする。そのために主に以下の2つの点に注目して開発を行う。

- 1年前の時間割をベースとして、それに変更点を加味した上で調整を行うことができるインタラクティブなシステム。
- 一意の最適性を求めるのではなく、上記の点を実現するために各種条件の満足度を評価し一目で確認できるシステム。

以上が、目標となる。

2. 時間割問題における定式化

ここでは、一般的な時間割決定問題を定式化し、さらにより詳細な制約について記述する。

2.1 一般的な時間割決定問題

(ア) 講義を l_{ij} とし、講義集合 $L = \{l_{ij} | i=1, \dots, n, j=1, \dots, m\}$ とする。ここで i は担当する教員を表し、 j は担当する教員における講義のインデックスを表す。

(イ) 時間を t_{ij} とし、講義集合 $T = \{t_{ij} | i=1, \dots, 6, j=1, \dots, 5\}$ とする。ここで i は曜日を表し、 j は時間を表す。

時間割決定問題とは

$$f: L \rightarrow T$$

という写像 f を決定することである。

2.2 一般的な制約

時間割問題における一般的な制約としては次のようなものがある。1人の教員は同時に2つの講義を行うことはできない。

2.3 特有の制約

前節で述べたように、時間割を作成する際に、KGUE 特有の制約が多く存在し、それらは定式化しづらいものである。具体的には以下のような制約が生じる

キャンパスが2つにわかれているということから生じる制約

- (ア) 1人の学生は異なるキャンパスで行われる2つの講義を1時間目、2時間目または、3時間目、4時間目、または4時間目、5時間目と連続して講義を受けることはできない。ただし昼休みをはさみ、その間にキャンパス間の移動が可能であるため2時間目、3時間目のみ異なるキャンパスでの2つの講義を連続して履修することが可能である。
- (イ) (ア)と同様に1人の教員は異なるキャンパスで行われる2つの講義を1時間目、2時間目または、3時間目、4時間目、または4時間目、5時間目と連続して講義を行うことはできない。ただし昼休みをはさみ、その間にキャンパス間の移動が可能であるため2時間目、3時間目のみ異なるキャンパスでの2つの講義を連続して行うことが可能である。ただし教員の場合、バスのダイヤの乱れなど交通事情による遅延、休講などの可能性を避けるため2時間目、3時間目の異なるキャンパスでの2つの講義を行うことは望ましくはない。

時間割作成上における制約

- (ウ) 英語総合科目の配置が最も優先順位が高く、事実上固定されている。同様に基礎情報処理実習も時間割が固定されているが、土曜日のため特に

考慮すべき点はない。

- (エ) 1年生対象の講義である現代経済入門，基礎経済学はクラスが決められており，英語のクラスと併せて受講可能でなければならない。
- (オ) 1年生対象の講義は開講数が他学年に比べ限られており，開講されている講義はできる限り受講できるようにする必要がある。

2.4 時間割の評価

時間割の作成を自動化する際に最も定義が困難であるのが，作成された時間割の評価である。時間割の評価は，利害関係者である学生，教員という立場によって大きく異なり，かつ同じ立場内であっても個々人の事情，好みによって評価が異なる[5]。よって一概に評価を数値化することができず，単に多目的の最適化として扱うことも困難である。そこで以下を時間割の評価として導入する。

- (ア) 自明のことであるが，時間割は実行可能でなければならない。そのために前節の制約を満たす必要がある。
- (イ) 学生にとってどのような時間割が好ましいのかは個々の好みであるので評価できない。そこで個々の時間割作成の自由度が大きくなるのが望ましい。そこですべての曜日，時限において受講可能な講義が存在することに加え，選択可能な講義が複数あることが評価の指標となる。より具体的には各時間に配当される講義数が偏りなく均等である，すなわち全コマに対する配当講義数の最大値と最小値の差が最小であることが最適であるとする。
- (ウ) 教員にとってもどのような時間割が好ましいかは個々の好みによって異なる。そこで出校日数の均等化，すなわち全コマに対する配当講義数の最大値と最小値の差が最小であることが最適であるとする。ただし二つのキャンパスの移動が伴うような時間割にはペナルティを与えるものとする。

メタ・ヒューリスティックをベースにした時間割構築システムの研究

(エ) 前後期の時間割は各期に学生が設定するが半期2単位で前後期にわたりつながる講義は連続して受講することが望ましいため前後期とも同じ時間に配当する。同様の理由により前期に半期4単位の講義が配当されている時間には後期も同様に半期4単位の講義が配当されていることが望ましい。

これらの評価をすべて最適にするような時間割が存在することは現実の問題において期待できない。そこで多目的最適化におけるパレート最適を考える必要がある。

3. メタ・ヒューリスティック

前節で述べたように、現実の時間割を考える際には複数の評価基準を考慮する必要がある、さらにはそれらを一意に評価し優劣をつけるのは難しい。また、時間割が毎年、更新されていく中で何らかの評価基準において最適であるという理由で時間割が大きく変更されるのは学生、教員ともに混乱を招きかねない。そこでこれまでの時間割をベースに次の年度の時間割を考えることが必要になる。ただしほぼ4年ごとにカリキュラムの改訂があり、そのためほぼ毎年いずれかの学年でカリキュラム変更がある。加えて非常勤講師の入れ替わりや、本務校での都合などで講義可能時間が変更されたり、本学教員の演習科目や共通教育科目などの担当科目の変更や役職変更などがあり、それに伴う時間割の変更が必要となる。

最適な時間割を作成する手法はこれまでに多く提案されてきた。もっとも一般的なものに整数計画法を用いた手法がある。この手法では教員に対する制約や学生に対する制約を整数計画問題として定式化し、これを解くことにより最適な時間割を構築する手法である。しかしこの方法では以下のような問題がある。

1. 実際の制約を定式化するのが困難な場合がある。たとえば前述の本学独自の制約ではキャンパスが2つにわたる制約は定式化が可能であるが、

たとえば2時間連続の4単位の講義の存在などは定式化が困難である。

2. 1つの目的関数と複数の制約に定式化する必要がある。前節で述べたように時間割を評価するための基準は複数考えられるが、整数計画問題として解くためには1つの目的関数とする必要がある。そこで一般には複数の時間割の評価を重みづけの加算などによって1つの目的関数に変形するか、または時間割の評価を目的関数ではなく制約として定式化するという手法がとられる。しかし目的関数をどのように定式化するのがふさわしいのか、また制約として扱うのであればどのような制約にすべきかということを決める必要があり、またこのパラメータが解としての時間割に大きな影響を与えるのでこれらを決定すること自体が解決すべき大きな問題となってしまう。
3. 整数計画に限らず厳密解法で得られた時間割はこれまでの時間割とは全く異なっている可能性がある。さらに前述したように目的関数の定式化に恣意性があるので、得られた時間割が利害関係者全員に受け入れられることに疑問がある。

これら3つの問題は整数計画問題として定式化した場合に限らず、多くの厳密解法による時間割作成において共通する問題である。これまでの研究においてこれら厳密解法を用いた時間割作成に共通するのは、中学校、高等学校や工学部などの大学の時間割を対象とすることが多く、時間割への講義の数、種類が多いが、その配置の自由度が高いことがあげられる。すなわち各学年、各クラスの学生が受けるべき講義がほぼ選択の余地なく決まっており、それを全教員にとって実行可能な形で、かつ全学生にとって過不足がない形でいかに巧妙に講義の配置を行い実行可能な時間割にするかということに重点が置かれる。それに対し本学部の時間割では各学生は同じ時間帯にも複数の講義が存在し、学生はそのうちから1つを選択することが多い。また学年ごと履修が必要な科目はほとんど固定されておらず、4年間すべてにわたっての卒業要件についてもある科目群から何単位以上という形式で比較的自由度が高い。そのため各講

義を全て履修できるように配置する必要はない。また講義科目の数が多いことから実際には不可能である。ただし共通教育科目などの兼ね合いなどで科目配置の自由度が著しく少ない科目も一部に存在する。このような本学での状況では一意の目的関数を定め、それを最適化する時間割を考慮するより、与えられた時間割をその都度評価しながらよりよい時間割を構築するほうが適していると考えられる。

そこで本研究では整数計画法のような厳密解法の代わりに、時間割の候補から改善を行い最適解を目指すためにメタ・ヒューリスティックによる時間割の構築方法を提案する。メタ・ヒューリスティックとは汎用的なヒューリスティックな手法を総称するもので、主なものに局所探索法を基にしたシミュレーテッド・アニーリングやタブ・サーチ、生命の進化をモデルにした遺伝的アルゴリズムがある[1, 8]。これらに共通するのは暫定的な解を一部変更することで目的関数の値を最適に近づけていく。本研究ではおもに局所探索法を基にした手法を用いる。

3.1 局所探索法

前述したように、メタ・ヒューリスティックと呼ばれる手法のもっとも基礎となるのは暫定解を改善するというプロセスを繰り返すことにある。このとき一般的に用いられるのが局所探索法である。以下に局所探索法の概要を述べる。

まずは問題の定式化を行う。 x を解とし、 X を実行可能な解の集合とする。ここで最小化すべき、目的関数を $f(x)$ とすると

$$\begin{cases} \min f(x) \\ \text{subject to } x \in X \end{cases}$$

と与えられる。この問題の目的は最適解 x^* 、すなわち $f(x^*) \leq f(x)$, $\forall x \in X$ となる x^* を求めることである。

この問題に対し局所探索法を適用すると以下ようになる。このアルゴリズムを実行する前に任意の実行可能解 x に対し、その近傍集合 $N(x)$ を実行可能

解の集合 X の部分集合として定義する。通常近傍集合 $N(x)$ は実行可能解 x の一部のみを変更したものと定義することが多い。

アルゴリズムの実行においては、まず何らかの方法で制約条件を満たす実行可能解 x を用意する。その初期解 x を暫定解とし、 $x' \in N(x)$ となる実行可能解 x' について $f(x')$ を評価し、 $f(x') < f(x)$ かつ $f(x') = \min\{x' | x' \in N(x)\}$ となる x' を求める。これを次の暫定解とする。これを繰り返し、目的関数の改善がなくなったとき、すなわち $f(x) = f(x') = \min\{x' | x' \in N(x)\}$ のとき終了する。

局所探索法

1. ある実行可能解 x を暫定解とする。
2. 暫定解 x に対し、 $x' \in N(x)$ となる近傍を求める。
3. 近傍を評価し $f(x') < f(x)$ かつ $f(x') = \min\{x' | x' \in N(x)\}$ となる実行可能解 x' を求める。 $f(x) = f(x') = \min\{x' | x' \in N(x)\}$ の時は終了する。
4. 実行可能解 x' を新たに暫定解 x とする。2へ戻る。

組合せ最適化問題では一般的に、局所探索法では探索が局所的な最適解（局所最適解）で停止してしまい大域的な最適解を求めることができない。そこで局所探索法を超える枠組みとしてメタ・ヒューリスティックが提案された。前述のように、主なものに局所探索法を基にしたシミュレーテッド・アニーリングやタブ・サーチ、生命の進化をモデルにした遺伝的アルゴリズムがあるが、本研究ではタブ・サーチについて述べる。

タブ・サーチは Glover によって提案された局所探索法を基にしたメタ・ヒューリスティック手法である[6, 7]。局所探索法では常に暫定解の改善が必要、すなわち $f(x') < f(x)$ かつ $f(x') = \min\{x' | x' \in N(x)\}$ という条件のもとで解が更新されていくが、タブ・サーチにおいては解が改善されない場合でもさらに解の更新を行うことによって探索を続ける。しかし解が改善されない場

合, すなわち $f(x') > f(x)$ かつ $f(x') = \min \{x' | x' \in N(x)\}$ のときに実行可能解 x' を新たに暫定解 x とすると, その次の解の更新において元の解に戻ってしまう可能性が高い。そこでタブ・リスト (taboo list) と呼ばれるリストによって直近の更新の状況を数回分記憶し, 一度行った更新はその後数ステップの間, 元に戻すことを禁止する。これにより局所最適解に陥ったまま探索を終えることなくさらに広い範囲の探索を行うことができる。タブ・サーチでは終了の条件を定義する必要があり, 更新の回数が増えすぎたとき, またか目的関数の改善が一定の更新回数の間なされなかったときなどを終了とする場合が多い。

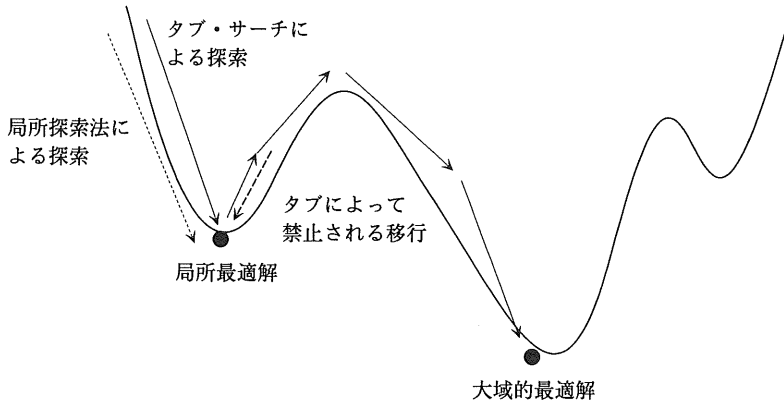


図1 タブ・サーチと局所探索

タブ・サーチ

1. ある実行可能解 x を暫定解とする。タブ・リスト T の長さ (要素数) を n とする。
2. 暫定解 x に対し, $x' \in N(x)$ となる近傍を求める。
3. 近傍を評価し $f(x') = \min \{x' | x' \in N(x)\}$ かつ移行 $x \rightarrow x' \notin T$ となる実行可能解 x' を求める。
4. タブ・リスト T から, n 回前の移行の操作を削除し, 新たに $x \rightarrow x'$ とい

う移行の操作を T に加える

5. 終了条件を満たしていれば終了，そうでなければ実行可能解 x' を新たに暫定解 x とする。2へ戻る。

4. 時間割への適用

前節で述べたタブ・サーチの手法を基に時間割を構築するためのシステムの提案を行う。前節では単一の評価基準，すなわちただ一つの目的関数を持つ問題を取り上げたが，2節で述べたように時間割を考慮する場合はその評価基準の多様性が重要である。複数の目的関数の最適化という問題であれば，それらの関数値の重み付け和を目的関数とするなどの方法があるが，この問題の場合，評価基準がどのようであれば最適であるかを定義することから困難である。そこで従来のタブ・サーチのようにある単一目的関数を評価基準にしそれを改善することを目的とするのではなく，評価者が時間割を常に評価しつつ基準となる目的関数を設定しその上でタブ・サーチによる探索を行うものとする。ただし2.4で述べた時間割の評価のうち(ア)，(ウ)，(エ)については制約条件として扱い，学生に対する配当講義数を評価基準とする。このとき各学年の配当講義数を考慮する必要があるが，1年生については，実質固定されている共通教育科目の配当が大きく，時間割作成での自由度がないため除外する。さらには専門科目についても学籍番号によって受講すべき講義時間が決まってしまうクラス指定の講義科目があり，講義としてある時間に配当されていても常に履修ができるわけではない。よって1年生は評価基準として不適當であると考えられる。また各科目の5時間目は課外講座が開講されているなどの理由でできる限り講義の配当を行わないという要求があり，他の時間とのバランスを取るには適切ではない。そこでこれも除外し，2年生前後期，3，4年生前後期への配当科目数ら評価の対象とする。表1は2008年度の時間割を評価したものである。

この問題に対し，以下のようなタブ・サーチを基にしたアルゴリズムを適用する。

	最小	最大	平均
2年生前期	0	8	4
2年生後期	1	7	4.1
3年生前期	2	11	6.85
3年生後期	3	10	6.35

表 1 各時間への専門講義配当数

1. ある時間割 x に対する近傍 $N(x)$ を x における任意の講義を任意の時間に移したものとする。ただし制約条件を満たさないものは除外する。
2. 1回の探索において以下を行う
 - (ア) 全ての目的関数が改善される間、試行を繰り返す。試行とは評価基準の1つを選択し、設定し次に述べるタブ・サーチを実行することを指す。
 - (イ) 1回のタブ・サーチはタブ・リストの長さを4とし、評価基準が改善されない暫定解の変更が10回続くと停止する。

教員の出校日数を現状通りとした場合に、このアルゴリズムを適用した結果が表2である。

	最小	最大	平均
2年生前期	1	7	4
2年生後期	1	7	4.1
3年生前期	2	9	6.2
3年生後期	3	9	5.85

表 2 各時間への講義配当数 (適用後)

この結果では各時間への講義配当数の最大値が抑えられており、バランスがとれているといえるが、最小値についてはほとんど変化がない。これは演習などの学部の教員の多くが共通する講義の影響が大きく、教員の制約条件を満たすような講義が配当できない時間が存在するからである。また移動した講義の多くが5時間目に配当されており、その意味でよい時間割とは言い難い。次に5時間目への講義の配当を禁止した場合の結果が表3である。

	最小	最大	平均
2年生前期	0	8	4
2年生後期	2	7	4.1
3年生前期	2	10	6.85
3年生後期	3	10	6.35

表3 各時間への講義配当数（5時間目配当禁止）

この場合は元の時間割とほとんど変わらず、改善の余地は小さいといえる。つまり逆にいえば時間割の改善を行うためには5時間目への配当をさらに検討する必要があるということである。さらに教員の出校日数を4日以上とした場合の結果が表4である。

	最小	最大	平均
2年生前期	2	7	4
2年生後期	2	7	4.1
3年生前期	3	9	6.85
3年生後期	3	10	6.35

表4 各時間への講義配当数（教員の出校日数緩和）

この場合、最小値、最大値が改善される余地が大きくなるが、まだ大きく開いているともいえる。これは一部の教員、特に1年生の2時間連続講義を担当する教員など自由度が非常に小さい教員については講義を移動することができないことが、偏りを解消することのボトルネックになっているからである。これらの分析によって言えるのは比較的移動の自由度が高い講義については移動しても評価に影響がない。逆に一部の移動が困難な講義が評価によって重要な要素となっており、これを解消するには時間割の配当の別の措置が必要になるということである。

5. お わ り に

本研究ではメタ・ヒューリスティックを基にした時間割作成システムを提案

メタ・ヒューリスティックをベースにした時間割構築システムの研究

し、それによって実際の時間割の分析と改善を行った。その結果、時間割を改善することは可能ではあるが、大きく改善するためには5時間目への講義の配当を増やすことや、講義科目まで注目した教員の負担の平等化が必要であることが分かった。実際には共通教育の負担増や、新カリキュラムへの移行措置などがあり、今後さらに負担が増えることになる。そこで効率のよい時間割を考慮するためには担当科目を決定するところまで踏み込んだ議論が必要である。

謝辞

本研究は2008年度神戸学院大学研究助成金C（研究課題「メタ・ヒューリスティックをベースにした時間割構築システムの研究」）の支援を受けて行われている。

参考文献

- [1] 相吉英太郎, 安田恵一郎. (2007) メタヒューリスティクスと応用, 電気学会.
- [2] Akkoyunlu, E. A., (1973) A linear algorithm for computing the optimum university timetable, *The Computer Journal* 16 (4), pp. 347-350.
- [3] Burke, E. K., Petrovic, S. (2002) Recent research directions in automated timetabling, in *European Journal of Operational Research*, 140 (2), pp. 266-280.
- [4] Daskalaki, S., Birbas, T., Housos, E., (2004) An integer programming formulation for a case study in university timetabling, *European Journal of Operational Research* 153, pp. 117-135
- [5] Dimantis, G. V., Benos, V. K., (2007) Measuring student satisfaction with their studies in an International and European studies Department, *Operational Research*, 7 (1), pp. 47-59
- [6] Glover F., (1989) Tabu Search—Part I, *ORSA J. Comput.*, 1, pp. 190-206.
- [7] Glover F., (1990) Tabu Search—Part II, *ORSA J. Comput.*, 2, pp. 4-32.
- [8] Sait, M. S., Youssef, H. (2002) 組合せ最適化アルゴリズムの最新手法, 丸善.
- [9] Werra D., (1985) An introduction to timetabling, in *European Journal of Operations Research*, 19, 1985, pages 151-162.