回収製品品質を考慮した循環型生産システムの最適化に関する研究

中　島　健　一

1．は　じ　め　に

近年，企業の社会的責任（CSR: Corporate Social Responsibility）として指摘される重要な課題の一つに，温暖化対策をはじめとする環境問題が挙げられる。環境問題への対処としては，代表的な例として，3R の取り組みがある。すなわち，①「リデュース」（Reduce），②「リユース」（Reuse），③「リサイクル」（Recycle）である。①の「リデュース」は廃棄物の発生量そのものを削減することで，製品寿命を長くする等の対応が考えられる。②の「リユース」は，廃棄物となる可能性があるものに，修復，洗浄等の処理を行い，再利用することである。③の「リサイクル」は，1度使った製品を資源に戻しての再利用を意味する。②，③については，従来の一方通行的なものの流れとは異なり，資源の循環を示すフロー構造をもち，一般的には循環型生産システムと呼ばれる（図1）。

循環型生産システムのモデルとして，様々なシステムが Gungor and Gupta［1］で述べられている。Cohen ら［2］は，回収された製品を直接再利用するモデルを提案し，最適解を示している。さらに， Inderfurth［3］は，発注と再生産におけるリードタイムの影響について 議論している。連続観測モデルとしては，Muckstadt と Isaac［4］が，（s, Q）ルールに基づくリードタイムとシステムの制御政策を考慮したモデルを提案し，van der Laan ら［5］は，需要

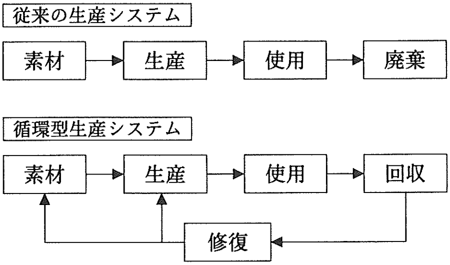

図１：従来の生産システムと循環型生産システム

と独立に製品が回収されるシステムを考え，連続時間マルコフモデル として解析を行っている。また van der Laan と Salomon [６] は，新品と再生産部品を用いた生産と在庫を結びつける PUSH and PULL 戦略を提案している。Nakashima et al. [７] は，単一の製品寿命を考慮した再生産システム を考え，離散時間マルコフモデルとして定式化し，パラメータ設定によるシステムの分類と特性について議論している。

本研究では，環境問題に取り組む一つの方策として，循環型生産システムの構築を提案する。ここでは，確率的に変動する製品需要のもとで，製品の再生産を行う循環型生産システムをモデル化する。そして，変動する生産環境のもとで，回収製品（再生産に利用する部品）の品質を考慮し，平均費用を最小化するマルコフ決定過程[８]として定式化する。最後に幾つかのシナリオを検討し，数値例を用いて循環型生産システムにおける部品の最適発注政策について論じる。

２．循環型生産システムのモデル化

回収された製品を用いて，再製造を行う循環型生産システムを考える（図２）。回収製品を回収時の状態によってクラス１とクラス２に分類する。クラス１は，クラス２よりも品質が良く，再製造コストが c_1 かかる。クラス２は，クラス１よりも品質が悪く，再製造コスト $c_2 (c_2 > c_1)$ を要するものと仮定する。また，それぞれのクラスの部品購入費は異なるものと仮定し，クラス１では a_1 であり，クラス２では $a_2 (a_1 > a_2)$ とする。第 t 期において製品を再製造する際，

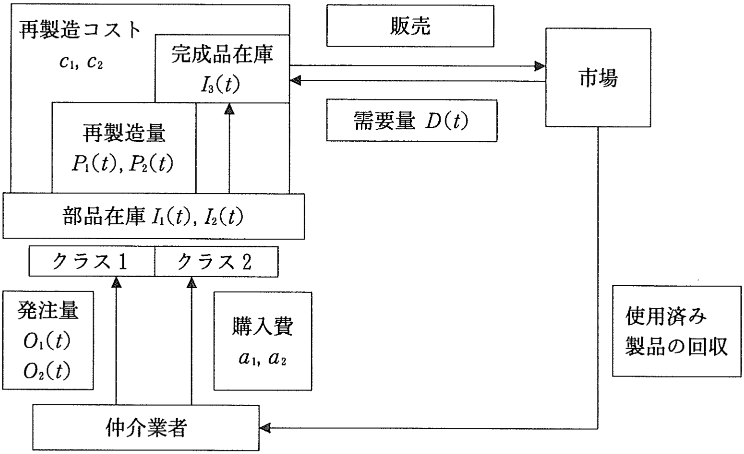

図2：循環型生産システムのモデル図

クラス1の部品を使用する再製造量を $P_1(t)$，クラス2を使用する場合の再製造量は $P_2(t)$ で表すものと仮定する。第 t 期首におけるクラス1およびクラス2の在庫量はそれぞれ，$I_1(t), I_2(t)$ とし，各クラスの発注量は，それぞれ $O_1(t), O_2(t)$ とする。回収品を再製造した完成品の第 t 期首の在庫量を $I_3(t)$ とし，製品の繰越需要を許すものと仮定する。第 t 期の製品需要は $D(t)$（平均 D）とし，各期独立で同一な分布に従うものと仮定する。

さらに，クラス1，クラス2および製品在庫の保管費用は h_1, h_2, h_3 と仮定し，繰り越し費用を C_b とする。

2.1　システムの状態と推移

図2における再生産モデルを定式化する。第 t 期首の回収品在庫量と完成品在庫量をそれぞれ $I_1(t), I_2(t), I_3(t)$ とおく。図2のモデルにおいてリードタイムを考慮した場合，クラス1および2の部品の納入リードタイムをそれぞれ L_1, L_2 とする。この時の生産システムの状態 $s(t)$ は，各クラスの発注量と部品および製品の在庫量からなり，

$$s(t)=\{O_1(t-L_1+1), \cdots\cdots, O_1(t-1),$$

$$O_2(t-L_2+1),\ \cdots\cdots,\ O_2(t-1),\ I_1(t),\ I_2(t),\ I_3(t)\} \tag{1}$$

と表される。納入リードタイムを考慮しない場合 ($L_1=L_2=1$) は,

$$s(t)=(I_1(t),\ I_2(t),\ I_3(t)) \tag{2}$$

となる。

クラス1の部品を優先的に使用する方策をとるものと仮定し，第 t 期にクラス n ($n=1,2$) の製品を用いた再生産費用 $P_n(t)$ を以下のように与える。

$$P_1(t)=\min\{D(t),\ I_1(t)\} \tag{3}$$

$$P_2(t)=\max[0,\ \min\{D(t)-I_1(t),\ I_2(t)\}] \tag{4}$$

また，使用済み製品の在庫量の推移は,

$$I_1(t+1)=I_1(t)+O_1(t-L_1+1)-P_1(t) \tag{5}$$

$$I_2(t+1)=I_2(t)+O_2(t-L_2+1)-P_2(t) \tag{6}$$

$$I_3(t+1)=I_3(t)+P_1(t)+P_2(t)-D(t) \tag{7}$$

となる。

第 t 期の発注量は

$$k_1=O_1(t) \qquad k_1\in K_1\{s(t)\} \tag{8}$$

$$k_2=O_2(t) \qquad k_2\in K_2\{s(t)\} \tag{9}$$

ここで，$K_1\{s(t)\},\ K_2\{s(t)\}$ は，状態 $s(t)$ における可能な発注量の集合であり，クラス n の最大在庫量を $I_{n\max}$ とすると,

$$K_n\{s(t)\}=\{0,\ \cdots\cdots,\ I_{n\max}-I_n(t)-\sum_{j=n-L_n+1}^{n-1}O_n(j) \qquad (n=1,\ 2)$$

となる。特に $L_n=1$ のとき，$K_n\{s(t)=0,\ \cdots\cdots,\ I_{n\max}-I_n(t)\}$ となる。

次に，状態 $s(t)$ で決定 (k_1,k_2) をとった時，状態 $s(t+1)$ に推移する推移確率行列 $p_{s(t),\,(t+1)}(k_1,k_2)$ は,

$$p_{s(t),s(t+1)}(k_1,k_2)=\begin{cases}\Pr[D(n)=d],\ s(t+1)=\{O_1(t-L_1+2),\cdots\cdots, \\ \qquad\qquad k_1,\ O_2(t-L_2+2),\cdots\cdots,k_2, \\ \qquad\qquad I_1(t)+O_1(t-L_1+1)-P_1(t), \\ \qquad\qquad I_2(t)+O_2(t-L_2+1)-P_2(t), \\ \qquad\qquad I_3(t)+P_1(t)+P_2(t)-D(t)\} \\ 0, \qquad\qquad Otherwise.\end{cases} \tag{10}$$

となる。

2.2　最適性方程式

状態 $s(t)$ で決定 k を行った時，1期間の期待コストは

$$\begin{aligned} r_{s(t)}(k)=&\sum_n\{a_nO_n(t)+c_nP_n(t)+h_nI_n(t)\} \\ &+C_b\max[0,D(t)-I_3(t)] \end{aligned} \tag{11}$$

で与える。

状態番号を i として，状態空間を S とする。単位期間あたりの平均コスト g を最小化する時間平均マルコフ決定過程として，次の最適性方程式に定式化される。

$$g+v_i=\min_{k_1\in K_1(i),\,k_2\in K_2(i)}\{r_i(k_1,k_2)+\sum_{j\in s}p_{ij}(k_1,k_2)v_j\} \tag{12}$$

ここで v_i は初期状態を i とした時の相対コストである。この時間平均マルコフ決定過程をとき，各状態において右辺を最小化する決定 k_1, k_2 を求めることにより，最適発注政策を得ることができる。

3．数　値　結　果

需要分布は，以下に示す平均 D をもつ二項分布を応用した分布を仮定する。

$$\Pr\left\{D(n)=D-\frac{1}{2}Q+j\right\}=\binom{Q}{j}\left(\frac{1}{2}\right)^Q \qquad (0\le j\le Q) \tag{13}$$

で与えられるものとし，ここで Q は偶数（$Q\le 2D$），分散は $Q/4$ である。

表１：最適発注政策（平均需要＝3.0　分散＝1.5　最小費用＝25.6）

(I_1, I_2, I_3)	k_1	k_2	(I_1, I_2, I_3)	k_1	k_2	(I_1, I_2, I_3)	k_1	k_2	(I_1, I_2, I_3)	k_1	k_2
(0, 1, −2)	5	1	(0, 5, −2)	0	0	(2, 5, −2)	0	0	(4, 5, −2)	0	0
(1, 0, −2)	5	1	(0, 5, −1)	0	0	(2, 5, −1)	0	0	(4, 5, −1)	0	0
(2, 0, −2)	5	1	(0, 5, 1)	5	1	(2, 5, 0)	0	0	(4, 5, 0)	0	0
(3, 0, −2)	5	1	(0, 5, 1)	5	1	(2, 5, 1)	0	0	(4, 5, 1)	0	0
(4, 0, −2)	5	0	(0, 5, 2)	5	0	(2, 5, 2)	5	0	(4, 5, 2)	0	0
(5, 0, −2)	5	0	(0, 5, 3)	5	0	(2, 5, 3)	5	0	(4, 5, 3)	0	0
(0, 0, −1)	5	1	(0, 5, 4)	4	0	(2, 5, 4)	4	0	(4, 5, 4)	4	0
(1, 0, −1)	5	1	(1, 1, −2)	3	0	(3, 1, −2)	3	0	(5, 1, −2)	3	0
(2, 0, −1)	5	1	(1, 1, −1)	5	1	(3, 1, −1)	2	0	(5, 1, −1)	2	0
(3, 0, −1)	5	0	(1, 1, 0)	5	0	(3, 1, 0)	1	0	(5, 1, 0)	1	0
(4, 0, −1)	5	0	(1, 1, 1)	5	0	(3, 1, 1)	5	0	(5, 1, 1)	0	0
(5, 0, −1)	4	0	(1, 1, 2)	4	0	(3, 1, 2)	4	0	(5, 1, 2)	0	0
(0, 0, 0)	5	1	(1, 1, 3)	3	0	(3, 1, 3)	3	0	(5, 1, 3)	3	0
(1, 0, 0)	5	1	(1, 1, 4)	2	0	(3, 1, 4)	2	0	(5, 1, 4)	2	0
(2, 0, 0)	5	0	(1, 2, −2)	5	0	(3, 2, −2)	1	0	(5, 2, −2)	1	0
(3, 0, 0)	5	0	(1, 2, −1)	5	0	(3, 2, −1)	0	0	(5, 2, −1)	0	0
(4, 0, 0)	4	0	(1, 2, 0)	4	0	(3, 2, 0)	4	0	(5, 2, 0)	0	0
(5, 0, 0)	3	0	(1, 2, 1)	3	0	(3, 2, 1)	3	0	(5, 2, 1)	0	0
(0, 0, 1)	5	1	(1, 2, 2)	2	0	(3, 2, 2)	2	0	(5, 2, 2)	2	0
(1, 0, 1)	5	0	(1, 2, 3)	1	0	(3, 2, 3)	1	0	(5, 2, 3)	1	0
(2, 0, 1)	5	0	(1, 2, 4)	5	0	(3, 2, 4)	0	0	(5, 2, 4)	0	0
(3, 0, 1)	4	0	(1, 3, −2)	4	0	(3, 3, −2)	0	0	(5, 3, −2)	0	0
(4, 0, 1)	3	0	(1, 3, −1)	3	0	(3, 3, −1)	3	0	(5, 3, −1)	0	0
(5, 0, 1)	2	0	(1, 3, 0)	2	0	(3, 3, 0)	2	0	(5, 3, 0)	0	0
(0, 0, 2)	5	0	(1, 3, 1)	1	0	(3, 3, 1)	1	0	(5, 3, 1)	1	0
(1, 0, 2)	5	0	(1, 3, 2)	0	0	(3, 3, 2)	0	0	(5, 3, 2)	0	0
(2, 0, 2)	4	0	(1, 3, 3)	4	0	(3, 3, 3)	0	0	(5, 3, 3)	0	0
(3, 0, 2)	3	0	(1, 3, 4)	3	0	(3, 3, 4)	0	0	(5, 3, 4)	0	0
(4, 0, 2)	2	0	(1, 4, −2)	2	0	(3, 4, −2)	2	0	(5, 4, −2)	0	0
(5, 0, 2)	1	0	(1, 4, −1)	1	0	(3, 4, −1)	1	0	(5, 4, −1)	0	0
(0, 0, 3)	5	0	(1, 4, 0)	0	0	(3, 4, 0	0	0	(5, 4, 0)	0	0
(1, 0, 3)	4	0	(1, 4, 1)	0	0	(3, 4, 1)	0	0	(5, 4, 1)	0	0
(2, 0, 3)	3	0	(1, 4, 2)	3	0	(3, 4, 2)	0	0	(5, 4, 2)	0	0
(3, 0, 3)	2	0	(1, 4, 3)	2	0	(3, 4, 3)	0	0	(5, 4, 3)	0	0
(4, 0, 3)	1	0	(1, 4, 4)	1	0	(3, 4, 4)	1	0	(5, 4, 4)	0	0
(5, 0, 3)	0	0	(1, 5, −2)	0	0	(3, 5−2,)	0	0	(5, 5, −2)	0	0
(0, 0, 4)	5	1	(1, 5, −1)	0	0	(3, 5, −1)	0	0	(5, 5, −1)	0	0
(1, 0, 4)	5	1	(1, 5, 0)	0	1	(3, 5, 0)	0	0	(5, 5, 0)	0	0
(2, 0, 4)	5	1	(1, 5, 1)	5	1	(3, 5, 1)	0	0	(5, 5, 1)	0	0
(3, 0, 4)	5	0	(1, 5, 2)	5	0	(3, 5, 2)	0	0	(5, 5, 2)	0	0
(4, 0, 4)	5	0	(1, 5, 3)	5	0	(3, 5, 3)	5	0	(5, 5, 3)	0	0
(5, 0, 4)	4	0	(1, 5, 4)	4	0	(3, 5, 4)	4	0	(5, 5, 4)	0	0
(0, 1, −2)	5	1	(2, 1, −2)	3	0	(4, 1, −2)	3	0			
(0, 1, −1)	5	1	(2, 1, −1)	2	0	(4, 1, −1)	2	0			
(0, 1, 0)	5	0	(2, 1, 0)	5	0	(4, 1, 0)	1	0			
(0, 1, 1)	5	0	(2, 1, 1)	5	0	(4, 1, 1)	0	0			
(0, 1, 2)	4	0	(2, 1, 2)	4	0	(4, 1, 2)	4	0			
(0, 1, 3)	3	0	(2, 1, 3)	3	0	(4, 1, 3)	3	0			
(0, 1, 4)	5	1	(2, 1, 4)	2	0	(4, 1, 4)	2	0			
(0, 2, −2)	5	0	(2, 2, −2)	1	0	(4, 2, −2)	1	0			
(0, 2, −1)	5	0	(2, 2, −1)	5	0	(4, 2, −1)	0	0			
(0, 2, 0)	4	0	(2, 2, 0)	4	0	(4, 2, 0)	0	0			
(0, 2, 1)	3	0	(2, 2, 1)	3	0	(4, 2, 1)	3	0			
(0, 2, 2)	2	0	(2, 2, 2)	2	0	(4, 2, 2)	2	0			
(0, 2, 3)	5	0	(2, 2, 3)	1	0	(4, 2, 3)	1	0			
(0, 2, 4)	5	0	(2, 2, 4)	0	0	(4, 2, 4)	0	0			
(0, 3, −2)	4	0	(2, 3, −2)	4	0	(4, 3, −2)	0	0			
(0, 3, −1)	3	0	(2, 3, −1)	3	0	(4, 3, −1)	0	0			
(0, 3, 0)	2	0	(2, 3, 0)	2	0	(4, 3, 0)	2	0			
(0, 3, 1)	1	0	(2, 3, 1)	1	0	(4, 3, 1)	1	0			
(0, 3, 2)	5	0	(2, 3, 2)	0	0	(4, 3, 2)	0	0			
(0, 3, 3)	4	0	(2, 3, 3)	0	0	(4, 3, 3)	0	0			
(0, 3, 4)	3	0	(2, 3, 4)	3	0	(4, 3, 4)	0	0			
(0, 4, −2)	2	0	(2, 4, −2)	2	0	(4, 4, −2)	0	0			
(0, 4, −1)	1	0	(2, 4, −1)	1	0	(4, 0, −1)	1	0			
(0, 4, 0)	0	0	(2, 4, 0)	0	0	(4, 4, 0)	0	0			
(0, 4, 1)	4	0	(2, 4, 1)	0	0	(4, 4, 1)	0	0			
(0, 4, 2)	3	0	(2, 4, 2)	0	0	(4, 4, 2)	0	0			
(0, 4, 3)	2	0	(2, 4, 3)	2	0	(4, 4, 3)	0	0			
(0, 4, 4)	1	0	(2, 4, 4)	1	0	(4, 4, 4)	0	0			

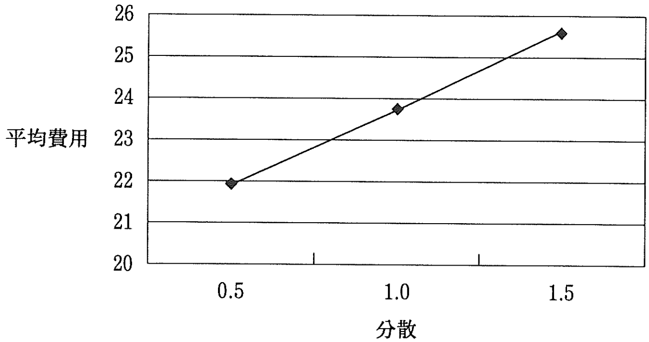

図3：分散の違いによる費用の変化（$D=3$）

納入リードタイムは全て1とし，パラメータは以下のとおりとする。
再生産費用は $(c_1, c_2)=(1,5)$，保管費用 $(h_1, h_2, h_3)=(1,1,3)$，
購入費用 $(a_1, a_2)=(4,1)$，機会損失費用 $c_b=20$，平均需要 $D=3.0$，$Q=6$，
各在庫量の最大値 $I_{i\max}(i=1,2)=5$, $I_{3\max}=4$，最小値 $I_{i\min}(i=1,2)=0$, $I_{3\max}=-2$
このときの最小平均費用は25.6となり，最適発注政策の結果は表1となった。

さらに分散を0.5, 1.0, 1.5として，それぞれの平均費用を求めたところ，図3のようになった。分散が大きくなるにつれ，平均費用も増大しており，需要のばらつきを抑えた循環型生産システムが期待される。

4．おわりに

本論文では，環境問題へのアプローチの一つとして，循環型生産システムの構築を提案した。ここでは，確率的に変動する製品需要のもとで，製品の再生産を行う循環型生産システムのモデル化を行った。そして，変動する生産環境のもとで，回収製品（再生産に利用する部品）の品質を考慮し，平均費用を最小化するマルコフ決定過程として定式化した。また，需要分散の変化を考慮したシナリオのもと，数値例を用いて循環型生産システムにおける品質の異なる部品の最適発注政策について論じた。

参 考 文 献

[1] Gungor, A. and Gupta, S. M., 1999, Issues in environmentally conscious manufacturing and product recovery: a survey. Computers and Industrial Engineering, 36, 811-853.

[2] Cohen M. A., Nahmias S., Pierskalla W. P., 1980, A dynamic inventory system with recycling. *Naval Research Logistics Quarterly,* 27, 289-296.

[3] Inderfurth K., 1997, Simple optimal replenishment and disposal policies for a product recovery system with lead-times. *OR Spektrum,* 19, 111-122.

[4] Muckstadt J. A. and Isaac M. H., 1981, An analysis of single item inventory systems with returns. *Naval Research Logistics Quarterly,* 28, 237-254.

[5] van der Laan E. A., Dekker R. and Salomon M., 1996, Product remanufacturing and disposal: A numerical comparison of alternative control strategies. *International Journal of Production Economics,* 45, 489-498.

[6] van der Laan E. A. and Salomon M., 1997, Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal. *European Journal of Operational Research,* 102, 264-278.

[7] NAKASHIMA K., Arimitsu H., NOSE T. and KURIYAMA S., 2002, "Analysis of a product recovery system", *International Journal of Production Research* 40, 3849-3856.

[8] Howard, R. A.,1960, "Dynamic programming and Markov process," MIT Press.