

# 数理最適化を利用した営農計画

伊 藤 健

## 1. はじめに

日本の農業事情は必ずしも良好とは言えず、多くの問題が存在する。例えば、地方での過疎化に伴い離農者や放棄農地が増加し、生産量への影響が懸念されているのも一つである。株式会社による農地取得の部分的解禁や、離散農地の集約化を進めるなど、生産量の維持向上に向けた国による取り組みが行われてはいるが、農地の規模が大きくなれば効率性について問題が生じてくる。事実、集落単位で営農を行う農事組合法人等は、散在する圃場間の移動や、限られた労働力での作業計画立案などにおいて問題を抱えている。

日本の農業は基本的に家族経営が中心であり、効率的な経営が意識されることは少なく、依然として「3ちゃん農業」、「どんぶり勘定」的な経営が続けられている場合が多い。狭い国土ゆえの生産量向上の必要性や経営者の利益向上のためにも、他の産業と同様、やはり農業の分野でも上述のような大規模農家に限らず効率的な経営は必要である。

効率的な経営計画を考えるには、オペレーションズ・リサーチの手法を適用し、数理最適化による試みを行うことが一つの方法である。本稿では、営農者が保有する農地をどのように複数作物の栽培に割り当てるかを議論する作付計画問題を取り上げ、それらに不確実性要素が含まれる場合の数理モデルをいくつか紹介する。また、長期的な作物栽培を計画する上で考慮すべき連作障害について、ネットワーク計画の手法を用いた輪作方法の議論を行う。

## 2. 不確実性要素を含む作付計画問題

### 2.1. 作付計画問題

営農者は生産した農作物の売上から主たる収入を得ており、それゆえその売上をなるべく大きくしたい。当然、作物の種類によって市場での買い取り価格は異なり、必要経費を差し引いた利益も異なったものとなるので、経営者が所有する耕作可能な農地に「どの作物を、どれだけの面積で栽培するか」という作付計画が必要となる。

いま、作付計画の対象となる栽培可能な作物が  $n$  種類あり、それらの栽培面積を  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  とする。また、それら作物を単位面積で栽培した場合に得られる利益を利益係数と呼び  $c_i$  とすれば、経営者の見込める利益は

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

である。

経営者が耕作できる農地には限りがあるため、その面積を  $L$  とすれば、次のような土地制約が満足される必要がある。

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq L \quad (2)$$

さらに、農作物の収穫までには基本的な農作業の他、害虫・雑草駆除など様々な作業が必要であるが、これらも作物の種類によって手の掛かり方は異なる。また栽培期間に経営者が確保できる労働力には限度がある。単位面積で作物  $i$  を栽培し収穫を得るのに必要な労働力（時間）を  $w_i$ 、経営者が当該栽培期間に確保できる総労働力（時間）を  $W$  とすれば、次のような労働制約と呼ばれる条件が満足される必要がある。

$$w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n \leq W \quad (3)$$

以上から、農業経営者に最も多くの利益をもたらす作付計画は、(2)、(3) および  $x_i$  に関する非負条件の制約下で(1)を目的関数として最大化する次のような線形計画問題を解くことによって得られる。

$$\text{Maximize } c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\begin{aligned}
 \text{subject to } & \sum_{i=1}^n x_i \leq L \\
 & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \\
 & x_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{4}$$

勿論、現実には月毎の労働制約が存在したり、別の制約条件が加わるなど、より複雑な線形計画問題、あるいは非線形計画問題として定式化されることも考えられるが、このような線形計画問題が作付けに関する意思決定の基本数理モデルとなる。

## 2.2. 不確実性を考慮した作付計画モデル

前小節で作付計画問題の基本モデルを示したが、各作物に設定されている利益係数は確定的に与えられていることが前提となっている。これは作付計画を策定する作付期に栽培対象となる作物すべての利益係数が既知、つまり収穫された作物の出荷時における利益が確定的に把握できているということの意味し、極めて非現実的な仮定となっている。単位面積から収穫される作物の利益は市場価格、必要経費等から決まるものであり、市場価格は当該作物のその期の作況に影響を受け、単位面積での収穫量自体が栽培条件に左右される。また必要経費については天候不良等による変動も考えられるため、通常、これら利益係数は昨付期において正確に把握することはできない。

また、農業経営者が所有する農地は資産であり、作付計画を策定するのは効率的な資産運用を行うことに等しい。これは金融資産の運用と類似するものであり、株式投資を含めた金融商品への投資判断に通ずるものがある。つまり、利益係数は金融分野における各商品（銘柄）の収益率、土地制約の利用上限は投資可能な資産、決定変数は各商品（銘柄）への投資比率に対応することとなり、ポートフォリオ選択問題と同様の考え方が可能となる。作付計画問題には不確実性を含むと思われる要素が何種類か存在するが、以下では、利益係数のみを確率変数とした場合に考えられるモデルについて議論する。

数理最適化を利用した営農計画

### 2.2.1. 期待収益最大化モデル (E モデル)

作物の利益係数が確率変数であるため、作付計画問題の目的関数(1)は確定的なものではなく、確率的に変動することとなる。それゆえ、(1)を最大化する代わりに、その期待値

$$E\left[\sum_{i=1}^n c_i x_i\right] \quad (5)$$

を目的関数として最大化する。つまり、期待値の線形性より、 $m_i$ を  $c_i$ の平均値とすれば、次のような線形計画問題となる。

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & \sum_{i=1}^n m_i x_i \\ \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^n x_i \leq L \\ & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \\ & x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (6)$$

### 2.2.2. 分散最小化モデル (V モデル)

前項のモデルは利益係数の期待値に注目し、リターンを重視したものとなっているが、ここではリスクに注目し、より安定した計画を行うことを考える。一般的に、対象とする確率要素の分散が小さいほどリスクが低いため、(1)の分散

$$V\left[\sum_{i=1}^n c_i x_i\right] \quad (7)$$

を目的関数として最小化する。 $c_i$ と  $c_j$ の共分散を  $C(c_i, c_j)$ とすれば、分散の定義、および期待値の線形性より、(7)は

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 V[c_i] + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n x_i x_j C(c_i, c_j) \quad (8)$$

となるため、次のような問題を考えることとなる。

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && x'V_c x \\
 & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n x_i \leq L \\
 & && \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \\
 & && x_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{9}$$

ただし、 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ 、 $V_c$  は確率変数  $c_i$  の分散共分散行列である。

$V_c$  は分散共分散行列ゆえ半正定であるので、(9) は凸二次計画問題と考えることができるが、解法については[3]を参照されたい。

### 2.2.3. 期待収益・分散混合モデル (E-V モデル)

期待収益を最大にしたいが、安定した収益も併せて求めることは必然的な欲求であり、これに対応するため前述の E モデル、V モデルの混合モデルが以下のような二目的計画問題として定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize} && \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad -x'V_c x \\
 & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n x_i \leq L \\
 & && \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \\
 & && x_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{10}$$

多目的計画問題のすべての目的関数を各々同時に最大(小)化する解は一般的には存在せず、非劣解について検討することとなる。例えばこの二目的計画問題の場合においても、ある程度の収益 ( $T$ ) を確保したうえで分散の最小化を試みることにより、次のような目的関数の制約条件化が考えられる。

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && x'V_c x \\
 & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n x_i \leq L \\
 & && \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = T$$
$$x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$$

これらの他にも確率計画を利用したモデルは考えられるが、詳細については [1], [4] など確率計画に関する文献や、ポートフォリオ関連の文献を参照されたい。

これまで確率計画に基づく作付計画について議論してきたが、これらの前提となるのはモデルで仮定される確率変数にまつわる情報が十分に与えられていることである。例えば、利益係数の平均値や分散について [4] では、過去何年間かの利益係数データを元に計算したものをを用いている。しかし、実際にはこれらのデータはあまり充実しておらず、また一元的に管理されていることも少ない。したがって、日本の農業の大部分が中・小規模経営であることを考えれば、情報の準備はコスト的、時間的に難しいかもしれない。ただ、経営者の営農経験を最大限に活かすことにより、これら不確実・不確定な要素をファジィ数（集合）として取り扱い、各圃場特有の性質が十分に反映されたフレキシブルな計画案を検討することも代替案となるであろう [2], [5]。

### 3. 輪作へのネットワーク計画の応用

#### 3.1. 輪作への対応

ここ数年、家庭菜園がちょっとした流行のようで、庭先や市民農園等を利用して野菜の栽培を行う一般の方をよく見掛ける。このような畑では、多くの場合、恐らく毎年違った作物を栽培しているであろう。これは一つの場所で同じ作物を栽培し続けると、土壌の特定の養分だけが減少したり、その作物特有の病原菌が繁殖するなど、連作障害と呼ばれる作物栽培環境への悪影響が懸念されるからである。連作障害を防ぐには、収穫後に土壌改良を施すなど直接的な対策も考えられるが、特定の作物のみ栽培するという事に拘らないのであれば、每期、栽培種を変更することにより連作障害を回避することがコストの面

からも一般的である。

例えばナス科の作物を栽培すれば、その後何年間かはその場所でナス科の作物を栽培しない方が良く、またマメ科の作物を栽培すれば土壌の窒素分を増加させることができるなど、作物間には前作、後作での組合せにより連作障害が起きたり、収量に差が生じる。これらのことを考慮して、向こう何年間かの栽培作物について計画を行うことが輪作である。

### 3.2. 最長経路問題の輪作への応用

ここではネットワーク計画の概念を用いて輪作計画について考える。一時期において、対象とする農地すべてに同一の作物を作付けし、 $n$ 期に渡る輪作パターンを決定することとする。また、各収穫期に得られる収益は、直前の期に栽培された作物と当該期に栽培された作物の種類により決定されるものとする。このとき、栽培可能な作物をネットワーク上の頂点に、栽培作物に応じた収益をアークに対応させることで、輪作パターンを階層構造のネットワークとして表現できる。例えば、作物aの栽培に始まり、 $n$ 期間の栽培ののち再び作物aの栽培を行い、以降同様の輪作パターンを採用する場合であれば、図1に示すような $n+1$ 層構造のネットワークとなる。つまり、始点（第1層）と終点（第 $n+1$ 層）を作物aとし、2層から $n$ 層までは各々2期目から $n$ 期目に栽培可能な作物を頂点として割り当て、各アークには前後にある頂点（作物）に応じた収益をアーク情報として付与する。勿論、休閑期についても頂点として考慮することで対応は可能である。

この輪作パターンを表現するネットワークの始点から終点への経路に対して、経路を構成するアークに付された値の合計を経路長とし、最長経路問題を考える。この解、すなわち全ての経路のうち最も長い経路長をもつ経路が、作物aを輪作の開始作物とした場合に $n$ 期間の総収益を最大にする輪作パターンに対応するものとなる。したがって、輪作開始作物を作物a以外のものとした場合のネットワークについても同様に各々輪作パターンを求め、それらのうち総

## 数理最適化を利用した営農計画

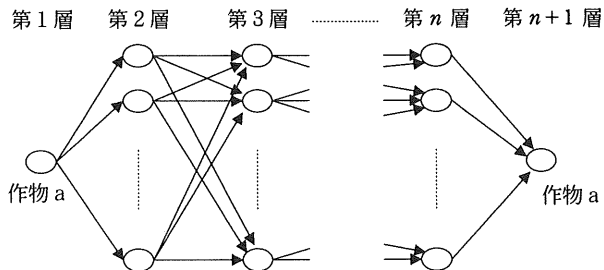


図1 ネットワーク例

収益が最も大きくなる輪作パターンを最適な輪作パターンとすればよい。

ここでは同時期に単一作物だけを取り扱う輪作計画を対象としているが、ある時期に一種類の作物のみ栽培すると、その作物が弱い病気や害虫が流行した場合に大きな損失を被るリスクがある。したがって、一時期に複数の作物を栽培しつつ輪作も考慮に入れる栽培計画を策定する必要がある。これについては、例えば前節の作付計画問題との融合が挙げられ、現在その可能性について検討を行っている。

## 4. おわりに

作付計画問題、輪作計画問題に関する話題を中心に数理的な営農計画を議論したが、農業分野には他にも数理的な取り組みが必要とされる問題が数多く存在する。農業政策における規制緩和や日本の営農形態の変化、また机上では知り得ない現場での様々な作業形態の存在など、最適化を行う際に考慮すべき要素も非常に多い。これら営農現場の現状把握をすすめ、より現実的で利用価値のある営農支援システムの開発が求められている。

## 参考文献

- [1] 石井博昭, 「「確率論的最適化」数理計画法の応用<理論編> (伊理, 今野編)」, 産業図書 (1982):



- [ 2 ] Itoh T., Ishii H., Nanseki T., "A Model of Crop Planning under Uncertainty in Agricultural Management", *International Journal of Production Economics*, 81-82, 555-558 (2003).
- [ 3 ] 今野浩, "線形計画法", 日科技連出版社 (1987).
- [ 4 ] 南石晃明, "確率の計画法", 現代数学社 (1995).
- [ 5 ] Toyonaga T., Itoh T., Ishii H., "A Crop Planning Problem with Fuzzy Random Profit Coefficients", *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 4, 51-69 (2005).