不確実性下での技術選択と社会的厚生

常　廣　泰　貴*

概　　要

技術選択が可能な企業が一つ存在する場合に，企業数と社会的厚生水準との関係についてみる。各期の利得は幾何的ブラウン運動にしたがって変動するとした場合，技術選択の時点は不確実性の影響を受けることになる。企業数が増加すると，不確実性に影響されることなく技術選択が可能な企業の期待利得の割引現在価値は減少するが，不確実性が十分小さいときには技術選択が不可能な企業の期待利得の割引現在価値は増加し，消費者余剰は減少する場合があることを示す。

1　は　じ　め　に

ここでの目的は，不確実性のある市場において技術選択を行う企業が存在する場合に，企業数と社会的厚生水準との関係をみることである。

Mills and Smith (1996) は，限界費用は高いが導入コストの掛からない旧技術と限界費用は低いが導入コストが高い新技術のいずれを選択するかという企業の技術選択について，複占市場での分析を行った。また，Elberfeld (2003) や Elberfeld and Nti (2004) では，企業の技術選択についてより一般的に企業数が 2 以上である寡占市場での分析がなされている。

Mills and Smith (1996) や Elberfeld (2003) では限界費用は確定しており不確実性は全く存在していないのに対し，Elberfeld and Nti (2004) では新技

*神戸学院大学経済学部　E-mail: tunehiro@eb.kobegakuin.ac.jp

術の限界費用に不確実性が存在するとされている。ただし，その限界費用が一旦実現するとその値は時間とは関係せず一定であるとされている。

ここでは，不確実性が幾何的ブラウン運動によって表され，利得が時間とともに変動するとして分析を行うことにする。この場合，企業が技術選択を行う時点は不確実性の影響を受けることになる。このような企業の意思決定の時点と不確実性との関係を分析したものとしては，Grenadier and Weiss (1997), Kanniainen (2000), Weeds (2002), Lambrecht and Perraudin (2003) などが挙げられる。

構成は次のとおりである。まず，第二章で分析の基本となるモデルを提示する。続く，第三章では企業数と企業の割引現在価値との関係について述べ，第四章では企業数と消費者余剰との関係について述べる。第五章ではクールノー競争の場合での企業数と社会的総余剰との関係についてみる。最後に第六章でまとめを示す。

2 モ デ ル

市場では $n(\geq 2)$ 個のリスク中立的な企業が同一の技術を用いて生産を行っているとする。その技術を技術Aと名付ける。n 個の企業のうち１つの企業は，過去の R & D などにより技術Aよりも低い限界費用をもたらす技術Bを開発しており，技術Aの代わりに技術Bを用いた生産が可能であるとする。ただし，技術Bの導入のためにはコストが掛かり，現時点では技術Bではなく技術Aを用いて生産を行っているとする。この技術Bを開発した企業を企業１と名付ける。技術Aから技術Bへの技術選択が可能であるのは企業１のみであり，企業１以外の（$n-1$）個の企業の技術選択は不可能であるとする。すなわち企業１以外の企業の利用可能な技術は技術Aのみである。また，n 個の企業は企業１が技術選択を行えるという点以外では対称的であるとする。

市場には不確実性が存在し，時点 t の市場状態は次の幾何的ブラウン運動にしたがって変動する確率変数 θ_t によって表されるものとする。

$$d\theta_t=\alpha\theta_t dt+\sigma\theta_t dz. \tag{1}$$

ここで，α は θ_t の期待成長率を表すドリフト・パラメーターであり，σ は不確実性の程度を表すボラティリティである。簡単のため両者はともに正値の定数とする。また，dz は標準的ブラウン運動の変化分で $dz \sim N(0,\ dt)$ である。

企業の利得は不確実性の影響を受けるが，全ての企業が技術Aを用いる場合での各企業の利得は $\theta_t\pi_A$ であるとする。また，企業1が技術Bを用いる場合では企業1の利得は $\theta_t\pi_B$ であり，技術Aを用いる企業1以外の企業の利得は $\theta_t\hat{\pi}_A$ であるとする。技術Aより技術Bを用いたほうが限界費用は低くなるので，$\pi_B>\pi_A>\hat{\pi}_A$ という関係が成立しているとする。

さて，現時点を $t=0$ として企業1の期待利得の割引現在価値 V_1 についてみる。企業1は技術Aから技術Bへと技術選択が可能であるが，その選択の時点を T とすると，V_1 は次で表される。

$$V_1=E\left[\int_0^T e^{-rt}\theta_t\pi_A dt\right]+E\left[[e^{-rT}]\left[\int_T^\infty e^{-r(t-T)}\theta_t\pi_B dt-F\right]\right]. \tag{2}$$

ただし，r は割引率であり，F は技術Bの導入に掛かるコストである。また E は期待値を導く演算子である。(2)の右辺の第1項は，技術選択の時点 T までに技術Aから得られる期待利得の割引現在価値であり，第2項は技術選択の時点 T 以降において，技術Bから得られる期待利得の割引現在価値を技術導入に掛かるコストを考慮して表したものである。

注1)より，この V_1 は次のように表すことができる。

$$V_1=\frac{\theta_0\pi_A}{r-\alpha}+\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^\beta\left(\frac{\theta_T(\pi_B-\pi_A)}{r-\alpha}-F\right). \tag{3}$$

ただし，β は $\beta(\beta-1)\sigma^2/2+\alpha\beta-r=0$ を満たす正の根であり，

$$\beta=\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\sigma^2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}} \tag{4}$$

で表される。

ところで，期待成長率 α が r 以上であると技術選択の時点 T は無限大とな

る。ここでは技術選択が有限の期間内で行われる場合を考えるので，$r-\alpha>0$ という関係が成立しているとする。このとき，β とボラティリティ σ との関係についてみると，β は σ の減少関数で，$\lim_{\sigma\to 0}\beta=r/\alpha$, $\lim_{\sigma\to\infty}\beta=1$ となることが分かる。

また，注2) より θ_T は次の関係式を満たすことが分かる。

$$\frac{\theta_T(\pi_B-\pi_A)}{r-\alpha}=\frac{\beta}{\beta-1}F. \tag{5}$$

企業1が技術選択を行うのは，θ_t が初めて θ_T 以上となる時点 $T(=\inf\{t|\theta_t\geq\theta_T\})$ となる。以下では，$\theta_T>\theta_0$ という関係が成立しており，現時点 $t=0$ 以後に技術選択が行われるものとする。もし，$\theta_T\leq\theta_0$ という関係が成立するならば，現時点 $t=0$ で瞬時に技術選択が行われることになる。

次に，企業1以外の技術選択が不可能な企業についてみる。それらの企業の利得は企業1の用いる技術が技術Aのときには $\theta_t\pi_A$ であり，技術Bのときには $\theta_t\hat{\pi}_A$ となる。企業1以外の企業は全く対称的であるので，それらの期待利得の割引現在価値は等しくなり，それを V_{-1} とすると，

$$V_{-1}=\frac{\theta_0\pi_A}{r-\alpha}+\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^{\beta}\frac{\theta_T(\hat{\pi}_A-\pi_A)}{r-\alpha} \tag{6}$$

と表される。$\beta\geq1$ および $\pi_A>\hat{\pi}_A$ であることより，$V_1>V_{-1}$ となることは明らかである。

次に，消費者余剰についてみる。企業1の技術選択以前では全ての企業が技術Aを用いて生産を行うが，そのときの瞬間的な消費者余剰を θ_tc_1 とする。また，企業1の技術選択以後では企業1は技術Bを用いて，企業1以外の企業は技術Aを用いて生産を行うが，そのときの瞬間的な消費者余剰を θ_tc_2 とする。技術Aを用いるより技術Bを用いる方が限界費用が下がるので，市場全体での生産量は技術選択以後の方が技術選択以前よりも大きいと考えられる。そこで $c_2>c_1$ という関係が成立しているとする。このとき，消費者余剰を C_s とすると，

$$Cs=\frac{\theta_0c_1}{r-\alpha}+\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^{\beta}\frac{\theta_T(c_2-c_1)}{r-\alpha} \tag{7}$$

となる。

ここで $H(\theta_T)$，$I(\theta_T)$ をそれぞれ，

$$H(\theta_T) \equiv \frac{\theta_0}{r-\alpha} - \left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^\beta \frac{\theta_T}{r-\alpha}, \tag{8}$$

$$I(\theta_T) \equiv \left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^\beta \frac{\theta_T}{r-\alpha} \tag{9}$$

で定義する。$H(\theta_T)$ は技術選択以前に関する割引因子であり，$I(\theta_T)$ は技術選択以後に関する割引因子と解釈できる。$H'(\theta_T)>0$，$H''(\theta_T)<0$，$I'(\theta_T)<0$，$I''(\theta_T)>0$ であり，$\lim_{\theta_T\to\theta_0} H(\theta_T)=0$, $\lim_{\theta_T\to\infty} H(\theta_T)=\theta_0/(r-\alpha)$, $\lim_{\theta_T\to\theta_0} I(\theta_T)=\theta_0/(r-\alpha)$, $\lim_{\theta_T\to\infty} I(\theta_T)=0$ である。したがって $\theta_T>\theta_0$ の下で，$H(\theta_T)$ は有界で正となる増加関数であり，$I(\theta_T)$ は有界で正となる減小関数であることが分かる。また，$H(\theta_T)+I(\theta_T)=\theta_0/(r-\alpha)$ という関係が成立している。(1)

$H(\theta_T)$ と $I(\theta_T)$ を用いると，V_1，V_{-1}，C_s はそれぞれ，

$$V_1 = H(\theta_T)\pi_A + I(\theta_T)\pi_B - \left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^\beta F, \tag{10}$$

$$V_{-1} = H(\theta_T)\pi_A + I(\theta_T)\hat{\pi}_A, \tag{11}$$

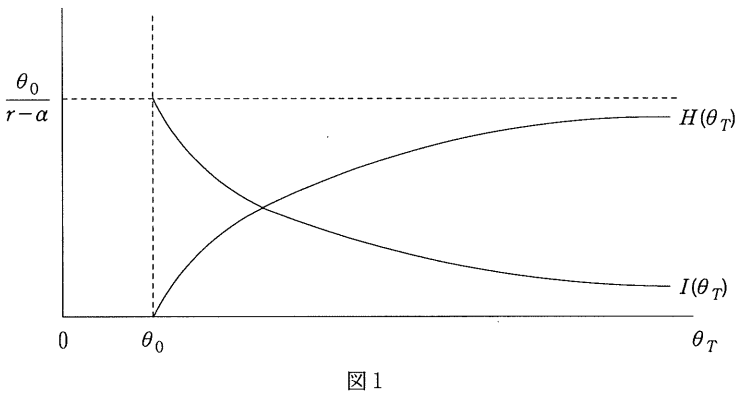

図1

(1) 図1を参照。

$$Cs = H(\theta_T)c_1 + I(\theta_T)c_2 \tag{12}$$

と表すことができる。

3　企業数と期待利得の割引現在価値

ここでは企業数と期待利得の割引現在価値との関係についてみる。技術選択が可能な企業１以外の企業の数が増加したとする。このとき，与えられた θ_t の下で技術Ａから得られる利得 $\theta_t \pi_A$ は減少する（$\partial \pi_A / \partial n < 0$）と考えられる。また，技術Ｂがドラスティックな技術でない限り，技術選択が行われたときに技術Ａから得られる利得も技術Ｂから得られる利得も減少すると考えられる。すなわち技術Ｂがドラスティックな技術ではない場合では $\partial \hat{\pi}_A / \partial n < 0$ および $\partial \pi_B / \partial n < 0$ となる。技術Ｂがドラスティックな技術の場合では，企業１は技術Ｂの選択により市場を独占するので $\hat{\pi}_A = 0$ となり $\partial \hat{\pi}_A / \partial n = 0$ となる。また，このとき企業数が変化しても企業１が技術Ｂから得られる利得は変化しないので $\partial \pi_B / \partial n = 0$ となる。

まず，企業数と企業１の期待利得の割引現在価値との関係についてみることにする。（５）より，

$$\frac{\partial \theta_T}{\partial n} = -\frac{\theta_T}{(\pi_B - \pi_A)}\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n} - \frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{13}$$

が得られる。これより $sgn[\partial \theta_T / \partial n] = -sgn[\partial \pi_B / \partial n - \partial \pi_A / \partial n]$ という関係が成立することが分かる。すなわち企業数が増加することにより，技術Ｂよりも技術Ａから得られる利得の方がより大きく減少する場合には，技術Ａから技術Ｂへの技術選択の時点を早めることが企業１にとって有利となる。逆に，技術Ａよりも技術Ｂから得られる利得の方がより大きく減少する場合には，技術選択の時点を遅らせることが企業１にとって有利となる。

さて，(13)が成立していることに注意すると(10)より，

$$\frac{\partial V_1}{\partial n} = H(\theta_T)\frac{\partial \pi_A}{\partial n} + I(\theta_T)\frac{\partial \pi_B}{\partial n} \tag{14}$$

が得られる。

(14)の右辺の第一項と第二項は，それぞれ技術選択以前での生産者余剰と技術選択以後での生産者余剰へ企業数の変化が与える影響を表している。$\partial\pi_A/\partial n<0$，$\partial\pi_B/\partial n\leq 0$ であることより，第一項の符号は負で第二項の符号は非正となるので，次の命題が得られる。

命題1

σ の値に関係なく，$\partial V_1/\partial n<0$ となる。

続いて，企業数と企業1以外の企業の期待利得の割引現在価値との関係についてみることにする。(11)より，

$$\frac{\partial V_{-1}}{\partial n}=H(\theta_T)\frac{\partial\pi_A}{\partial n}+I(\theta_T)\frac{\partial\hat{\pi}_A}{\partial n}+(1-\beta)\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^{\beta}\left(\frac{\hat{\pi}_A-\pi_A}{r-\alpha}\right)\frac{\partial\theta_T}{\partial n} \tag{15}$$

が得られる。

(15)の右辺の第一項と第二項は，それぞれ技術選択以前での生産者余剰と技術選択以後での生産者余剰へ企業数の変化が与える影響を表している。$\partial\pi_A/\partial n<0$，$\partial\hat{\pi}_A/\partial n\leq 0$ であることより，第一項の符号は負で第二項の符号は非正であることが分かる。また，第三項は企業数の変化が技術選択の時点を変化させることによる生産者余剰への影響を表しており，その符号は $\partial\theta_T/\partial n$ の符号に依存する。$\beta>1$，$\hat{\pi}_A<\pi_A$ であり，(13)の関係が成立することに注意すると，第三項の符号は（$\partial\pi_B/\partial n-\partial\pi_A/\partial n$）の符号と逆になることが分かる。

・$\partial\pi_B/\partial n>\partial\pi_A/\partial n$ の場合。

この場合 θ_T は企業数 n の減少関数となるので，企業1の技術選択の時点は企業数が増加するほど早くなる。(15)の右辺の第三項の符号は負となり，(15)の右辺の第一項，第二項の符号も負であるので，$\partial V_{-1}/\partial n<0$ となることが分かる。技術Bがドラスティックな技術であるのはこの場合に当たる。

・$\partial\pi_B/\partial n<\partial\pi_A/\partial n$ の場合。

この場合 θ_T は企業数 n の増加関数となるので，企業1の技術選択の時点は企業数が増加するほど遅くなる。

$$J(\beta) \equiv \frac{\partial \hat{\pi}_A}{\partial n} + (\beta-1)\left(\frac{\hat{\pi}_A - \pi_A}{\pi_B - \pi_A}\right)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n} - \frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{16}$$

と定義すると，(15)の右辺の第二項と第三項の和は $I(\theta_T)J(\beta)$ となるので，

$$\frac{\partial V_{-1}}{\partial n} = H(\theta_T)\frac{\partial \pi_A}{\partial n} + I(\theta_T)J(\beta) \tag{17}$$

と表すことができる。$J(\beta)$ についてみると，$\partial\pi_B/\partial n < \partial\pi_A/\partial n$ であるここでの場合では $J'(\beta) > 0$ となる。また，$\beta \to 1$，$\beta \to r/\alpha$ としたときの $J(\beta)$ の極限は，それぞれ，

$$\lim_{\beta \to 1} J(\beta) = \frac{\partial \hat{\pi}_A}{\partial n}, \tag{18}$$

$$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} J(\beta) = \frac{\partial \hat{\pi}_A}{\partial n} + \left(\frac{r}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{\pi_A - \pi_A}{\pi_B - \pi_A}\right)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n} - \frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{19}$$

となる。

(18)より $\lim_{\beta \to 1} J(\beta) \leq 0$ であることは明らかである。また，いまみている場合では $J(\beta)$ は β の増加関数であるで，$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} J(\beta) < 0$ であれば，$J(\beta)$ の符号は β の値に関係せず常に負となり，このとき $\partial V_{-1}/\partial n < 0$ となることが分かる。

ところで $\lim_{\theta_T \to \theta_0} H(\theta_T) = 0$ であるので，θ_T が θ_0 に十分近ければ，(17)の右辺の第一項 $H(\theta_T)\,\partial\pi_A/\partial n$ は無視し得るほど小さくなり，右辺の第二項 $I(\theta_T)J(\beta)$ が $\partial V_{-1}/\partial n$ の符号を決めることになる。また，$\lim_{\theta_T \to \infty} I(\theta_T) = 0$ であるので，θ_T が十分大きいときには(17)の右辺の第一項 $H(\theta_T)\,\partial\pi_A/\partial n$ の符号が $\partial V_{-1}/\partial n$ の符号を決めることになる。

$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} J(\beta) > 0$ であるときには，$H(\theta_T)$ の値が無視し得るほど小さくなるならば，このとき $\partial V_{-1}/\partial n < 0$ となる。(5)より θ_T は β の減少関数であり，その下限は $\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} \theta_T = rF/(\pi_B - \pi_A)$ であることが分かる。また，β は σ の減少関数であ

るので，θ_T は σ の増加関数となる。次の二つの条件を考える。

条件（2a）：$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} J(\beta) > 0.$

条件（2b）：$[rF/(\pi_B - \pi_A) - \theta_0]$（$>0$）の値が十分小さい。

これらの条件を用いると以下の命題が得られる。

命題2

条件(2a)と(2b)が成立しているときに，σ が十分小さければ $\partial V_{-1}/\partial n > 0$ となる。また，条件(2a)と(2b)のうち少なくとも一方が成立していないときか，または σ が十分大きいときには　$\partial V_{-1}/\partial n < 0$ となる。

$\beta \to r/\alpha$ となるのは $\sigma \to 0$ のときであるので，条件(2a)は $\sigma = 0$ で不確実性が全く存在しないときに $J(\beta) > 0$ となることを意味している。ところで $J(\beta) > 0$ となるためには，企業数の増加が企業1の技術選択の時点を遅らせることが必要である。企業1の技術選択の時点が遅れれば，企業1以外の企業の期待利得の割引現在価値は増加することになる。したがって，条件(2a)は不確実性が全く存在しないときには企業数の増加が技術選択の時点を遅らせ，そのことによる企業1以外の企業の期待利得の割引現在価値に与えるプラスの影響の方が，技術選択後の利得が減少することによるマイナスの影響よりも大きいことを示している。

条件(2b)は $\sigma = 0$ で不確実性が全く存在しないときでは，企業1がすぐに技術選択を行うことを示している。

4　企業数と消費者余剰

ここでは，企業数と消費者余剰との関係についてみる。瞬間的消費者余剰にかかわる c_1，c_2 については，それぞれ $\partial c_1/\partial n > 0$，$\partial c_2/\partial n \geq 0$ という関係が成立するとする。ただし $\partial c_2/\partial n = 0$ となるのは技術Bがドラスティックな技術の場合である。

(12) より，

$$\frac{\partial Cs}{\partial n} = H(\theta_T)\frac{\partial c_1}{\partial n} + I(\theta_t)\frac{\partial c_2}{\partial n} + (1-\beta)\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^{\beta}\left(\frac{c_2 - c_1}{r-\alpha}\right)\frac{\partial \theta_T}{\partial n} \tag{20}$$

が得られる。

(20) の右辺の第一項と第二項は，技術選択以前での消費者余剰と技術選択以後での消費者余剰へ企業数の変化が与える影響をそれぞれ表している。第一項の符号は正であり，第二項の符号は非負である。また，第三項は企業数の変化が技術選択の時点を変化させることによる消費者余剰への影響を表しており，その符号は $\partial\theta_T/\partial n$ の符号に依存する。

$$K(\beta) \equiv \frac{\partial c_2}{\partial n} + (\beta - 1)\left(\frac{c_2 - c_1}{\pi_B - \pi_A}\right)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n} - \frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{21}$$

と定義すると，(20) の右辺の第二項と第三項の和は $I(\theta_T)K(\beta)$ となるので，

$$\frac{\partial Cs}{\partial n} = H(\theta_T)\frac{\partial \pi_A}{\partial n} + I(\theta_T)K(\beta) \tag{22}$$

と表すことができる。

$\beta \to 1$，$\beta \to r/\alpha$ としたときの $K(\beta)$ の極限については，それぞれ，

$$\lim_{\beta \to 1} K(\beta) = \frac{\partial c_2}{\partial n}, \tag{23}$$

$$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} K(\beta) = \frac{\partial c_2}{\partial n} + \left(\frac{r}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{c_2 - c_1}{\pi_B - \pi_A}\right)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n} - \frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{24}$$

となる。

(20) の第三項の符号が $(\partial\pi_B/\partial n - \partial\pi_A/\partial n)$ の符号と同じとなることに注意することで，企業数と消費者余剰の関係について前章と同様の議論を行うことができる。ここで次の条件を考える。

条件 (3a)：$\lim_{\beta \to \frac{r}{\alpha}} K(\beta) < 0.$

条件 (2b) と条件 (3a) を用いると以下の命題が得られる。

命題3

条件(2b)と条件(3a)が成立しているとき，σが十分小さければ $\partial Cs/\partial n<0$ となる。また，条件(2b)と(3a)のうち少なくとも一方が成立していないときか，またはσが十分大きいときには $\partial Cs/\partial n>0$ となる。

条件(3a)は不確実性が全く存在しないときでは，企業数の増加が技術選択の時点を遅らせ，そのことによる消費者余剰に与えるマイナスの影響の方が，技術選択後の瞬間的消費者余剰を増加させることによるプラスの影響よりも大きいことを示している。このときには消費者余剰は企業数が増加すれば減少し，企業数が減少すれば増加することになる。

5　企業数と社会的総余剰

ここでは，企業数と社会的総余剰との関係についてみる。社会的総余剰を Sw とすると

$$Sw=V_1+(n-1)V_{-1}+Cs \tag{25}$$

と表される。

企業数の変化が社会的総余剰に与える影響についてみると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial Sw}{\partial n}=&H(\theta_T)\left(n\frac{\partial \pi_A}{\partial n}+\frac{\partial c_1}{\partial n}\right)\\&+I(\theta_T)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n}+(n-1)\frac{\partial \hat{\pi}_A}{\partial n}+\frac{\partial c_2}{\partial n}\right)\\&+(1-\beta)\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^{\beta}\left(\frac{(n-1)(\hat{\pi}_A-\pi_A)+(c_2-c_1)}{r-\alpha}\right)\frac{\partial \theta_T}{\partial n}\\&+V_1\end{aligned} \tag{26}$$

が得られる。(26)の右辺の第一項と第二項は，それぞれ技術選択以前の社会的総余剰と技術選択以後の社会的総余剰に企業数の変化が与える影響を表している。また，右辺の第三項は企業数の変化が技術選択の時点を変化させることによる企業1の利潤を除いた社会的総余剰への影響を表している。右辺の第四項

は生産者余剰をもたらす企業の数が変化することによる直接的な社会的総余剰への影響を表している。(11)および(13)より(26)は，

$$\frac{\partial Sw}{\partial n}=H(\theta_T)\left(n\frac{\partial \pi_A}{\partial n}+\frac{\partial c_1}{\partial n}+\pi_A\right)$$
$$+I(\theta_T)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n}+(n-1)\frac{\partial \hat{\pi}_A}{\partial n}+\frac{\partial c_2}{\partial n}+\hat{\pi}_A\right)$$
$$+(\beta-1)I(\theta_T)\left(\frac{(n-1)(\hat{\pi}_A-\pi_A)+c_2-c_1}{r-\alpha}\right)\left(\frac{\partial \pi_B}{\partial n}-\frac{\partial \pi_A}{\partial n}\right) \tag{27}$$

と表すことができる。

以下では，クールノー競争が行なわれるとして，$\partial Sw/\partial n$ の符号についてみることにする。不確実性は財の価格と限界費用に同等に影響するものとする。このとき企業 $i(i=1, \cdots, n)$ の利得は $\theta_t(p-\eta_k)x_i$ で表される。ただし，p は財の価格，x_i は企業 i の生産量，η_k は技術 $k(k=A, B)$ を用いて生産を行う場合の限界費用である。技術選択を行う企業1以外の企業 $i(i=2, \cdots, n)$ は全く対称的である。また，限界費用は技術Aよりも技術Bの方が小さく，$\eta_A>\eta_B>0$ という関係が成立している。

簡単のため逆需要関数は次のように与えられるとする。

$$p=a-\sum_{i=1}^{n}x_i. \tag{28}$$

ここで，a は正の定数であり，少なくとも生産が行われる場合を考えるので $a>2\eta_A-\eta_B$ という関係が満たされているとする。このとき，π_A，π_B，$\hat{\pi}_A$ はそれぞれ，

$$\pi_A=\left(\frac{a-\eta_A}{n+1}\right)^2, \tag{29}$$

$$\pi_B=\left(\frac{a-\eta_A+(\eta_A-\eta_B)n}{n+1}\right)^2, \tag{30}$$

$$\hat{\pi}_A=\left(\frac{a-2\eta_A+\eta_B}{n+1}\right)^2 \tag{31}$$

と表される。

また，c_1，c_2 はそれぞれ，

$$c_1=\frac{1}{2}\left(\frac{(a-\eta_A)n}{n+1}\right)^2, \tag{32}$$

$$c_2=\frac{1}{2}\left(\frac{(a-\eta_A)n+\eta_A-\eta_B}{n+1}\right)^2 \tag{33}$$

と表される。

ここで $u\equiv a-\eta_A$，$v\equiv\eta_A-\eta_B$ と定義すると，

$$n\frac{\partial\pi_A}{\partial n}+\frac{\partial c_1}{\partial n}+\pi_A=\frac{u^2}{(n+1)^3}, \tag{34}$$

$$\frac{\partial\pi_B}{\partial n}+(n-1)\frac{\partial\hat{\pi}_A}{\partial n}+\frac{\partial c_2}{\partial n}+\hat{\pi}_A=\frac{(u-v)(-vn+u-2v)}{(n+1)^3}, \tag{35}$$

$$(n-1)(\hat{\pi}_A-\pi_A)+c_2-c_1=\frac{v(-2(u-v)n+4u-v)}{2(n+1)^2}, \tag{36}$$

$$\frac{\partial\pi_B}{\partial n}-\frac{\partial\pi_A}{\partial n}=\frac{v(-(u-v)n+u)}{2(n+1)^3} \tag{37}$$

が得られるので(27)は，

$$\frac{\partial Sw}{\partial n}=H(\theta_T)\frac{u^2}{(n+1)^3}+I(\theta_T)\left[\frac{(u-v)v}{(n+1)^3}f_1+\frac{(\beta-1)v^4}{(r-\alpha)(n+1)^5}f_2f_3\right] \tag{38}$$

とまとめることができる。ただし，f_1，f_2，f_3 は u と v の比率 u/v を $s>1$ として，それぞれ，

$$f_1\equiv-n+s-2, \tag{39}$$

$$f_2\equiv-2(s-1)n+4s-1, \tag{40}$$

$$f_3\equiv-(s-1)n+s \tag{41}$$

と定義されている。

(38)の右辺の第一項の符号は正である。また，(38)の右辺の第二項の符号は，少なくとも f_1 の符号と f_2f_3 の符号が一致すれば確定することになる。そこで f_1 の符号と f_2f_3 の符号が一致する場合についてみることにする。

・$f_1<0$ かつ $f_2 f_3<0$ となる場合。

この場合が得られるのは次の(ⅰ)～(ⅲ)が成立するときである。

(ⅰ) $1<s\leq 2$, かつ $\dfrac{s}{s-1}<n<\dfrac{4s-1}{2(s-1)}$.

(ⅱ) $2<s\leq 4$, かつ $2<n<\dfrac{4s-1}{2(s-1)}$.

(ⅲ) $4<s\leq \dfrac{5+\sqrt{15}}{2}$, かつ $s-2<n<\dfrac{4s-1}{2(s-1)}$.

・$f_1>0$ かつ $f_2 f_3>0$ となる場合。

この場合が得られるのは次の(ⅳ)が成立するときである。

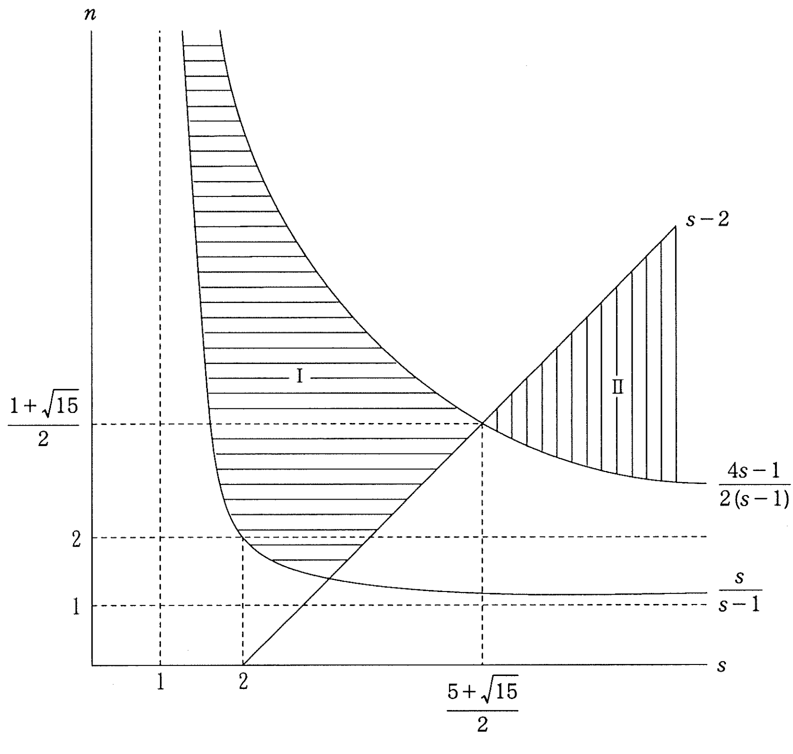

図2

(iv)　$s>\dfrac{5+\sqrt{15}}{2}$ かつ $\dfrac{4s-1}{2(s-1)}<n<s-1.$

(ｉ)～(iii)が成立するのは点 (s, n) が図2の領域Ⅰにある場合であり，(iv)が成立するのは点 (s, n_1) が図2の領域Ⅱにある場合である。

このとき，次の命題が得られる。

命題4

点 (s, n) が領域Ⅰにあり，かつ条件(2b)が成立しているとき，σが十分小さければ $\partial Sw/\partial n<0$ となる。また，点 (s, n) が領域Ⅱにあるときか，またはσが十分大きいときには $\partial Sw/\partial n>0$ となる。

(28)の逆需要関数より，aの値が大きいほど市場規模は大きいと解釈できる。$s=(a-\eta_A)/(\eta_A-\eta_B)$ であるので，η_A，η_B を定数とすると点 (s, n) が領域Ⅰにあるのは市場規模が十分小さいときで，領域Ⅱにあるのはそれが十分大きいときである。したがって，市場規模と不確実性が十分小さく，かつ企業数がある範囲内にある場合には企業数が増加すれば社会的総余剰は減少することになる。また，市場規模が十分大きく，かつ企業数がある範囲内にある場合には不確実性に影響されることなく，企業数が増加すれば社会的総余剰は増加することになる。さらに，不確実性が十分大きいときには，市場規模や企業数がいかなるものであっても企業数が増加すれば社会的総余剰は増加することになるのである。

6　ま　と　め

本稿では技術選択が可能な企業が一つ存在する場合に，企業数の変化が社会的厚生水準をどのように変化させるのかについてみた。既存の技術から新しい技術へ技術選択を行えば限界費用を低くできるが，それを行うためには導入コストが掛かるとした。技術選択の時点は技術選択のもたらす利得の増加分と導

入コストとの大きさに影響されるが，ここでは各期の利得は幾何的ブラウン運動にしたがって変動するとした。そのため，技術選択の時点はσで表わされる不確実性の影響を受けることになった。

ここで分かったことは以下のようになる。

・企業数が増加したとき，技術選択が可能な企業の期待利得の割引現在価値は不確実性の大きさによらず必ず減少する。

・企業数が増加したとき，技術選択が不可能な企業の期待利得の割引現在価値は不確実性が十分大きいときには必ず減少するが，不確実性が十分小さいときには増加する場合がある。

・企業数が増加したとき，消費者余剰は不確実性が十分大きいときには必ず増加するが，不確実性が十分小さいときには減少する場合がある。

不確実性が十分小さいときには，企業数が増加することによる競争の激化が，かえって企業の期待利得の割引現在価値を増加させたり消費者余剰を減少させる場合があるのである。

クルーノー競争が行われる場合での企業数と社会的総余剰との関係についてもみたが，そこで分かったことは以下のことである。

・企業数が増加したとき，社会的総余剰は不確実性が十分大きいときには必ず増加するが，不確実性が十分小さいときには，ある企業数と市場規模の下では減少する。

技術選択を行える企業が複数存在する場合や自由参入の場合については今後の課題としたい。

注1）
(2)の右辺の第一項は，

$$E\left[\int_0^T e^{-rt}\theta_t\pi_A dt\right]=E\left[\int_0^\infty e^{-rt}\theta_t\pi_A dt\right]-E\left[[e^{-rT}]\left[\int_T^\infty e^{-r(t-T)}\theta_t\pi_A dt\right]\right]$$

と表されることより，

$$V_1=E\left[\int_0^\infty e^{-rt}\theta_t\pi_A dt\right]+E\left[[e^{-rT}]\left[\int_T^\infty e^{-r(t-T)}\theta_t(\pi_B-\pi_A)dt-F\right]\right]$$

が得られる。ここで，

$$E\left[\int_0^\infty e^{-rt}\theta_t\pi_A dt\right]=\frac{\theta_0\pi_A}{r-\alpha}$$

$$E\left[\int_0^\infty e^{-r(t-T)}\theta_t(\pi_B-\pi_A)dt\right]=\frac{\theta_T(\pi_B-\pi_A)}{r-\alpha}$$

である。

また，$E[e^{-rT}]\equiv f(\theta_t)$ とおき，$f(\theta_t)$ を伊藤のレンマを用いて展開すると，次の微分方程式が得られる。

$$\sigma^2\theta^2 f''(\theta_t)/2+\alpha\theta f'(\theta_t)-rf(\theta_t)=0.$$

境界条件，$f(0)=0$ および $f(\theta_T)=1$ を考慮すると，$E[e^{-rt}]=(\theta_0/\theta_T)^\beta$ であることが分かる。ただし，βは(4)で表されたものである。

したがって，

$$V_1=\frac{\theta_0\pi_A}{r-\alpha}+\left(\frac{\theta_0}{\theta_T}\right)^\beta\left(\frac{\theta_T(\pi_B-\pi_A)}{r-\alpha}-F\right)$$

が得られる。

注2）

時点tを現在として評価した期待利得の割引現在価値を $V_1(\theta_t)$ であらわすと，

$$V_1(\theta_t)=\frac{\theta_t\pi_A}{r-\alpha}+\left(\frac{\theta_t}{\theta_T}\right)^\beta\left(\frac{\theta_T(\pi_B-\pi_A)}{r-\alpha}-F\right)$$

となる。

時点tで技術選択を行ったとして，その技術選択の時点tを現在として評価した期待利得の割引現在価値を $\bar{V}_1(\theta_t)$ とすると，

$$\bar{V}_1=\frac{\theta_T\pi_B}{r-\alpha}-F$$

となる。

実際に技術選択が起こるのは θ_tが初めて θ_Tの値を超える時点 Tであり，このとき，value-matching condition：$V_1(\theta_T)=\bar{V}_1(\theta_T)$ が成立するのは明らかである。また，smooth-pasting condition：$V_1'(\theta_T)=\bar{V}_1'(\theta_T)$ より，(5)が求まる。これら value-matching condition や smooth-pasting condition については Dixit and Pindyck (1994) を参照。

参　考　文　献

Dixit, A. K. and Pindyck, R. S., 1994. Investment under Uncertainty. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Elberfeld, W., 2003. A note on technology choice, firm heterogeneity and welfare. International Journal of Industrial Organization, 21, 593-605.

Elberfeld, W. and Nti, K. O., 2004. Oligopolistic competition and new technology

adoption under uncertainty.
Journal of Economics, 82, 105-121.

Grenadier, S. R. and Weiss, A. M., 1997. Investment in technological innovations: An option pricing approach.
Journal of Financial Economics, 44, 397-416.

Kanniainen, T. T. V., 2000. Do patents slow down technological progress? Real options in research, patenting, and market introduction.
International Journal of Industrial Organization, 18, 1105-1127.

Lambrecht, B. and Perraudin, W., 2003. Real options and preemption under incomplete information.
Journal of Economic Dynamics & Control, 27, 619-643.

McDonald, R. and Sigel, D., 1986. The value of waiting to invest.
Quarterly Journal of Economics, 101, 707-728.

Mills, D. E. and Smith, W., 1996. It pays to be different: Endogenous heterogeneity of firms in an oligopoly.
International Journal of Industrial Organization, 14, 317-329.

Weeds, H., 2002. Strategic delay in a real options model of R & D competition.
Review of Economic Studies, 69, 729-747.