需要量が施設に依存する
競合配置問題

塩　出　省　吾

1. は　じ　め　に

競合する施設の配置問題はこれまで様々な研究がなされてきた。しかし，各需要点の需要量が利用する施設によって異なるモデルを扱った研究はほとんど存在しない。しかし現実には，顧客は行く店によって購入するものが異なることはよくあるし，店も仕入れるルートによって仕入れる商品や価格が異なるのも普通である。それゆえ，顧客も価格によって購入する商品を変化させることもあるので，店が各顧客から得る利益にも違いを生じさせるであろう。

本論文では，n 個の需要点が存在する市場を考え，そこに２つの互いに競合する企業がそれぞれ１つの施設を順に設置することを計画している。各需要点の顧客はより近い施設を利用すると仮定し，各企業はより多くの需要量（利益）を獲得することを目指している。これまで考えられたモデルでは各需要点の需要量は施設によって異なることはなかった。しかし，施設というのはどの施設もまったく同じものを同じ価格で売っているということはなく，来店した顧客が購入するものも異なるのが普通である。

本論文では直線市場と平面市場の２つの場合について考える。まず最初に，一般的な問題の定式化を行い，直線市場において問題を考える。直線上の問題なので，これまでの両施設で顧客の需要が変化しない場合では，メジアン点において両施設が隣接するという解が得られたのであるが，本論文では需要が異なるので，もちろんメジアン点も両施設では異なり，相手のメジアン点を意識

した解法を考える必要がある。そこで先手の企業は後手の企業のメジアン点を考慮した配置の検討をするのである。次に問題を平面市場の場合に拡張するのであるが，本論文では距離としては直角距離を用いるので，直線市場で議論される内容と基本的に同様な関係があり，比較的自然な拡張を行うことができる。

次のセクションでは問題の定式化を行う。セクション3では直線市場の問題を解くための方策を求め，セクション4で平面市場の場合に拡張する。

2. 問題の定式化

ある市場にn個の需要点があり，互いに競合する2つの企業IとIIがこの市場に新たに各々の施設を1つずつ配置することを計画している。ここで，各需要点の需要量は施設によって異なるとする。すなわち，一方の施設である量を購入するとしても他方の施設では必ずしも同じ量を購入するとは限らない。まず最初に，本論文で用いる記号を定義する。

X　：企業Iの施設の位置

Y　：企業IIの施設の位置

A_j　：j番目の需要点の位置（$j=1,2,\cdots,n$）

w_j　：A_jの顧客の施設Yに対する需要量

v_j　：A_jの顧客の施設Yに対する需要量

$d(A, B)$：　2点A，B間の距離

各顧客は両施設のうち，より自分に近い施設を利用し，両施設までの距離が等しいときは両施設を均等な割合で利用すると仮定する。(この均等というのは必ずしも本質的ではない。均等でなくても，両施設を利用する割合がわかるなら簡単に修正できる。)

次に各施設が支配する領域について考える。施設Xが支配する領域は

$$R_X(X, Y)=\{A \mid d(X, A)<d(Y, A)\}$$

で，同様に施設Yが支配する領域は

$$R_Y(X, Y)=\{A \mid d(Y, A)<d(X, A)\}$$

である。また，両施設への距離が等しい領域は

$$R_{XY}(X,\ Y)=\{A\,|\,d(X,A)=d(Y,A)\}$$

と表される。それゆえ，施設 X が獲得する需要量は $\sum_{A_j\in R_X(X,\ Y)} w_j+\frac{1}{2}\sum_{A_j\in R_{XY}(X,\ Y)} w_j$ で施設 Y が獲得する需要量は $\sum_{A_j\in R_Y(X,\ Y)} v_j+\frac{1}{2}\sum_{A_j\in R_{XY}(X,\ Y)} v_j$ となることがわかる。このとき，企業Ｉおよび企業IIはそれぞれ各自の施設ができるだけ多くの需要量を獲得することができるように配置するので，それぞれの考えなければならない問題は次のように表される。

（問題１）

$\sum_{A_j\in R_X(X,\ Y)} w_j+\frac{1}{2}\sum_{A_j\in R_{XY}(X,\ Y)} w_j$ を最大にするように施設を配置する。

（問題２）

$\sum_{A_j\in R_Y(X,\ Y)} v_j+\frac{1}{2}\sum_{A_j\in R_{XY}(X,\ Y)} v_j$ を最大にするように施設を配置する。

問題１は企業Ｉの配置決定問題であり，問題２は企業IIの配置決定問題である。本研究では，先に企業Ｉが施設を配置しその結果を見て企業IIが施設を配置すると仮定する。ただし，後から配置する企業IIは先に配置する企業Ｉの施設と同じ位置には施設を配置できないと仮定する。

3. 直線市場における配置

このセクションでは市場として直線市場を考える。このとき，この直線市場には n 個の需要点 $a_1, a_2, \cdots, a_n$（ただし $a_1<a_2<\cdots<a_n$），があり，施設 X と施設 Y の需要量はそれぞれ $w_1, w_2, \cdots, w_n$ と $v_1, v_2, \cdots, v_n$ であるとする。これらの需要量が両施設で均一なら，すべての需要点で需要量は両施設に対して $w_j=v_j$ となり，これまで取り扱われてきた通常のモデルであり，先手に配置する企業がメジアンの位置に施設を配置し，後手に配置する企業は先手の施設に隣接した場所のうちで多くの需要量を獲得できる場所に施設を配置することが知られている。すなわち，先手はメジアンの場所すなわち

$$\sum_{j=!}^{k-1} w_j \leq \sum_{j=k}^{n} w_j \text{ かつ } \sum_{j=!}^{k} w_j \geq \sum_{j=k+1}^{n} w_j$$

となる位置 a_k に配置する。後手は

$\sum_{j=1}^{k-1} w_j > \sum_{j=k+1}^{n} w_j$ なら半開区間 $[a_{k-1}, a_k)$ 上の任意の点に

$\sum_{j=1}^{k-1} w_j < \sum_{j=k+1}^{n} w_j$ なら半開区間 $(a_k, a_{k+1}]$ 上の任意の点に

施設を配置することがわかる。

本論文では需要量は共通ではないので上の結果は必ずしも成り立たない。このとき

$$\sum_{j=!}^{i-1} w_j \leq \sum_{j=i}^{n} w_j \text{ かつ } \sum_{j=!}^{i} w_j \geq \sum_{j=i+1}^{n} w_j$$

なら a_i が施設 x に関するメジアンであり

$$\sum_{j=!}^{k-1} v_j \leq \sum_{j=k}^{n} v_j \text{ かつ } \sum_{j=!}^{k} v_j \geq \sum_{j=k+1}^{n} v_j$$

なら a_k が施設 y に関するメジアンである。いま企業 I が先に施設 x を配置すると仮定する。このとき企業 I の配置について次の性質が成り立つ。

［性質 1］

企業 I の施設の最適な配置は需要点上に存在する。

［証明］

需要点以外の x にたいして，例えば $x=b\ (a_k<b<a_{k+1})$ とする。このとき企業 II はこの点に隣接した場所に施設を配置する。すなわち

（1） $\sum_{j=1}^{k-1} v_j \geq \sum_{j=k+1}^{n} v_j$ なら，$y=a_k$ に配置する。

この場合に企業 I の施設は需要量 $\sum_{j=k+1}^{n} w_j$ を獲得する。これと同じ需要量は $x=a_{k+1}$ に企業 I が配置したときに得られる。

（2） $\sum_{j=1}^{k} v_j \leq \sum_{j=k+1}^{n} v_j$ なら，$y=a_{k+1}$ に配置する。

この場合にも企業 I の施設は需要量 $\sum_{j=1}^{k} w_j$ を獲得する。これと同じ需要量は $x=a_k$ に企業 I が配置したときに得られる。（証明終り）

この性質より，いずれの場合も企業 I は需要点に配置することによって同等

な需要量は得られるので，以下では企業Iの配置を考慮する点は需要点のみ考えることにする。さらに議論するには，両施設の需要量に関するメジアンの位置関係について次の3通りの場合を考える必要がある。

（1）$a_i < a_k$ のとき　（2）$a_i > a_k$ のとき　（3）$a_i = a_k$ のとき

（1）と（2）は対称的であるので一方を考えれば良いことがわかり，それゆえ（1）と（3）について以下で考える。

3.1　$a_i < a_k$ の場合

$a_i < a_k$ の場合，企業Iは施設をその需要量に関するメジアンの位置 a_k に配置すれば（すなわち $x = a_i$ なら），企業IIがどのような位置に施設を配置しても少なくとも半分以上の需要量（この場合は両施設の需要量に対するメジアンの位置を考慮すると $\sum_{j=1}^{i} w_j$）が得られるのであるが，もっと配置を a_k に近づけた方がより多くの需要量が得られることがわかる。すなわち，

$$\sum_{j=1}^{k-1} v_j < \sum_{j=k+1}^{n} v_j$$

であれば，a_k 上に配置するのが一番良いことがわかる。このとき企業IIにとって $\sum_{j=1}^{k-1} v_j$ より $\sum_{j=k+1}^{n} v_j$ の方が多いので企業IIは位置 a_{k+1} に施設を配置することがわかる。それゆえ，企業Iの施設 x が得る需要量は $\sum_{j=1}^{k} w_j$ で企業IIの施設が得る需要量は $\sum_{j=k+1}^{n} v_j$ である。この解 $x = a_k$, $y = a_{k+1}$ はシュタッケルベルグ均衡解であるが，同時にナッシュ均衡解でもあることがわかる。また上の条件とは逆に

$$\sum_{j=1}^{k-1} v_j \geq \sum_{j=k+1}^{n} v_j$$

なら，$x = a_k$ に配置すると企業IIは需要量 $\sum_{j=1}^{k-1} v_j$ を取るために位置 $y = a_{k-1}$ に施設を配置する。（等号の場合は企業IIがどちらの需要量を取っても同じであるが企業Iにとって不利な方を選択されるかも知れないので，これも含めた。）結果として企業Iは需要量 $\sum_{j=k}^{n} w_j$ を獲得することになる。これは全需要量の半分以下で半分以上が取れる $x = a_i$ に配置する場合よりも獲得する需要量が少な

い。それゆえ，企業Ｉは位置 $x=a_{k-1}$ に施設を配置し，企業IIは位置 $y=a_k$ に施設を配置することが最適になる。結果として施設 x は $\sum_{j=1}^{k-1} w_j$，施設 y は $\sum_{j=k}^{n} v_j$ の需要量をそれぞれ獲得する。

3.2 $\boldsymbol{a_i=a_k}$ の場合

$a_i=a_k$(すなわち $i=k$)のとき企業Ｉは位置 $x=a_i$ に施設を配置すると全需要量の少なくとも半分が得られるのであるが，それ以外の位置に配置すると，3.1で議論したように企業IIは位置 a_k から見て企業Ｉの施設に最も近い位置に施設を配置するのが最適であるから，結果として企業Ｉは半分の需要量が得られないことになる。それゆえ，企業Ｉは位置 $x=a_i$ に施設を配置し，企業IIは

$\sum_{j=1}^{i-1} v_j < \sum_{j=i+1}^{n} v_j$ なら位置 $y=a_{i+1}$ に施設を配置する

$\sum_{j=1}^{i-1} v_j > \sum_{j=i+1}^{n} v_j$ なら位置 $y=a_{i-1}$ に施設を配置する

という方策を取ることが最適である。

4. 平面市場における配置

平面市場に n 個の需要点 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ があり，施設 X と施設 Y に対する各需要点の需要量はそれぞれ $w_1, w_2, \cdots, w_n$ と $v_1, v_2, \cdots, v_n$ であるとする。j 番目の需要点の座標を (a_j, b_j) とし，X と Y の座標をそれぞれ (x_1, x_2)，(y_1, y_2) とする。ここで，需要点と施設の間の距離は直角距離で測られるとする。直角距離は市街地のように2点間の移動が水平方向および垂直方向の格子に沿った移動で測られる距離である。この場合の問題は次のように表される。

(問題１)

$$\sum_{A_j \in R_X(X,Y)} w_j + \frac{1}{2} \sum_{A_j \in R_{XY}(X,Y)} w_j \text{ を最大にするように施設 } X \text{ を配置する。}$$

(問題２)

$$\sum_{A_j \in R_Y(X,Y)} v_j + \frac{1}{2} \sum_{A_j \in R_{XY}(X,Y)} v_j \text{ を最大にするように施設 } Y \text{ を配置する。}$$

企業Ⅰの施設Xは先に配置されるので，直線市場の場合と同様に企業Ⅱが施設を配置する方策を考慮して計画しなければならない。以下では，直角距離を用いた施設配置問題について考える。

直角距離を用いた2つの施設XとYが支配するボロノイ領域は2点XとYの位置(x_1, x_2)と(y_1, y_2)から決定される。ここでは$x_1<y_1$の場合を考える。$x_1>y_1$の場合はXとYを入れ替えれば容易に考えられる。

(i)　$x_1<y_1$, $x_2<y_2$, $|x_1-y_1|<|x_2-y_2|$のとき

施設Xの支配領域は

$$y \le \begin{cases} \frac{1}{2}(-x_1+x_2+y_1+y_2) & x<x_1\text{のとき} \\ -x+\frac{1}{2}(x_1+x_2+y_1+y_2) & x_1 \le x \le y_1\text{のとき} \\ \frac{1}{2}(x_1+x_2-y_1+y_2) & x>y_1\text{のとき} \end{cases}$$

で表される。

(ii)　$x_1<y_1$, $x_2<y_2$, $|x_1-y_1|>|x_2-y_2|$のとき

施設Xの支配領域は

$$x \le \begin{cases} \frac{1}{2}(x_1-x_2+y_1+y_2) & y<x_2\text{のとき} \\ -y+\frac{1}{2}(x_1+x_2+y_1+y_2) & x_2 \le y \le y_2\text{のとき} \\ \frac{1}{2}(x_1+x_2+y_1-y_2) & y>y_2\text{のとき} \end{cases}$$

で表される。

(iii)　$x_1<y_1$, $x_2<y_2$, $|x_1-y_1|=|x_2-y_2|$のとき

施設Xの支配領域は

$$y \le \begin{cases} y_2 & x<x_1\text{のとき} \\ -x+x_1+y_2 & x_1 \le x \le y_1\text{のとき} \end{cases}$$

で表される。また，施設XとYが共同で支配する部分は

$$\{(x,\ y): x \leq x_1,\ y \geq y_2\} \quad および \quad \{(x,\ y): x \geq y_1,\ y \leq x_2\}$$

と表される。

(iv)　$x_1 < y_1,\ x_2 > y_2,\ |x_1 - y_1| < |x_2 - y_2|$ のとき

施設 X の支配領域は

$$y \geq \begin{cases} \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2 - y_1 + y_2) & x < x_1 \text{ のとき} \\ x + \dfrac{1}{2}(-x_1 + x_2 - y_1 + y_2) & x_1 \leq x \leq y_1 \text{ のとき} \\ \dfrac{1}{2}(-x_1 + x_2 + y_1 + y_2) & x > y_1 \text{ のとき} \end{cases}$$

で表される。

(v)　$x_1 < y_1,\ x_2 > y_2,\ |x_1 - y_1| > |x_2 - y_2|$ のとき

施設 X の支配領域は

$$x \leq \begin{cases} \dfrac{1}{2}(x_1 - x_2 + y_1 + y_2) & y < y_2 \text{ のとき} \\ y + \dfrac{1}{2}(x_1 - x_2 + y_1 - y_2) & y_2 \leq y \leq x_2 \text{ のとき} \\ \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2 + y_1 - y_2) & y > x_2 \text{ のとき} \end{cases}$$

で表される。

(vi)　$x_1 < y_1,\ x_2 > y_2,\ |x_1 - y_1| = |x_2 - y_2|$ のとき

施設 X の支配領域は

$$y \geq \begin{cases} y_2 & x < x_1 \text{ のとき} \\ x + x_2 - y_1 & x_1 \leq x \leq y_1 \text{ のとき} \end{cases}$$

で表される。また，施設 X と Y が共同で支配する部分は

$$\{(x,\ y): x \geq y_1,\ y \geq y_2\} \quad および \quad \{(x,\ y): x \leq x_1,\ y \leq x_2\}$$

と表される。

企業Ⅰの施設 X が配置されると企業Ⅱは自らの施設 Y が獲得する需要量を最大にするように施設を配置する。これは施設 Y が施設 X の隣接した位置に配

置されるのが良いことを示す。

上記の(ｉ)から(vi)を考慮すると，施設 X の位置に対して施設 Y の配置の仕方は x 軸上に沿って隣接して２通り，y 軸上に沿って隣接して２通り，X の位置を原点とするときに各象限（第一から第四）にそれぞれ３通りの隣接の仕方があり，合計16通り存在するが，各象限において(ｉ)，(ii)，(iv)，(ｖ)の場合は，x 軸上に沿って隣接した場合と y 軸上に沿って隣接した場合に縮約される。(iii)，(vi)については，例えば(iii)では施設 X と Y が共同支配する部分 $\{(x, y): x \leq x_1, y \geq y_2\}$ の属する需要点の施設 Y に対する重み v_j の和を V_1，$\{(x, y): x \geq y_1, y \leq x_2\}$ の属する需要点の施設 Y に対する重み v_j の和を V_2 とする。また，施設 Y の単独支配する部分に属する需要点の施設 Y に対する重み v_j の和を V_3 とする。このとき施設 Y の獲得する需要量は $\frac{1}{2}(V_1+V_2)+V_3$ である。しかし一般に，

$$\max(V_1+V_3, V_2+V_3) \geq \frac{1}{2}(V_1+V_2)+V_3$$

が成り立つので x 軸上に沿って隣接する点または y 軸上に沿って隣接する点を考えた方が良いことがわかり，(iii)の場合は考慮する必要がないことがわかる。同様に，(vi)の場合もこれ以上考える必要はない。

いま，$a_1, a_2, \cdots, a_n$ と $b_1, b_2, \cdots, b_n$ を大きさの順に並べ替えて，それぞれ $a_{(1)} < a_{(2)} < \cdots < a_{(m)}$ および $b_{(1)} < b_{(2)} < \cdots < b_{(p)}$ とする。このとき次の性質が成り立つ。

[性質２]

企業Ｉの施設の最適な配置は $x = a_{(i)}, i = 1, 2, \cdots, m$ と $y = b_{(j)}, j = 1, 2, \cdots, p$ からなる格子の格子点上に存在する。

[証明]

(a, b) が格子点でないとする。このとき，a がどの需要点の x 座標にも一致しないか，あるいは b がどの需要点の y 座標にも一致しないかである。

上で述べた議論により，企業IIは施設 X に隣接して施設を配置するのである

が，その中でも

$$\sum_{a_j > a} v_j,\ \sum_{a_j < a} v_j,\ \sum_{b_j > b} v_j,\ \sum_{b_j < b} v_j$$

の最大値が得られるように隣接させる。その結果

（1） $\sum_{a_j > a} v_j$ が最大なら施設 X の獲得する需要量は $\sum_{a_j \leq a} w_j$ である。

（2） $\sum_{a_j < a} v_j$ が最大なら施設 X の獲得する需要量は $\sum_{a_j \geq a} w_j$ である。

（3） $\sum_{b_j > b} v_j$ が最大なら施設 X の獲得する需要量は $\sum_{b_j \leq b} w_j$ である。

（4） $\sum_{b_j < b} v_j$ が最大なら施設 X の獲得する需要量は $\sum_{b_j \geq b} w_j$ である。

いま，(a, b) をそれを囲む格子で区切られた小領域の端点（格子点）のひとつに移動させることにより，少なくともこれら4つの場合の需要量は確保できる。（証明終り）

直線上のときと同様に施設 X の重みのメジアン点を $(a_{(i)}, b_{(j)})$，施設 Y の重みのメジアン点を $(a_{(k)}, b_{(l)})$ とする。それぞれのメジアン点の位置関係としては

（1） $a_{(i)} < a_{(k)},\ b_{(j)} < b_{(l)}$

（2） $a_{(i)} < a_{(k)},\ b_{(j)} = b_{(l)}$

（3） $a_{(i)} < a_{(k)},\ b_{(j)} > b_{(l)}$

（4） $a_{(i)} = a_{(k)},\ b_{(j)} < b_{(l)}$

（5） $a_{(i)} = a_{(k)},\ b_{(j)} = b_{(l)}$

（6） $a_{(i)} = a_{(k)},\ b_{(j)} > b_{(l)}$

（7） $a_{(i)} > a_{(k)},\ b_{(j)} < b_{(l)}$

（8） $a_{(i)} > a_{(k)},\ b_{(j)} = b_{(l)}$

（9） $a_{(i)} > a_{(k)},\ b_{(j)} > b_{(l)}$

の9り存在する。両方が不等号の（1）（3）（7）（9）は基本的には同じで，等号と不等号の組の（2）（4）（6）（8）も同じであるので，結局（1），（2）および（5）を考えれば良いことがわかる。

4.1 $\boldsymbol{a}_{(i)}<\boldsymbol{a}_{(k)}$, $\boldsymbol{b}_{(j)}<\boldsymbol{b}_{(l)}$ の場合

施設をXメジアン（$a_{(i)}$, $b_{(j)}$）に配置すれば，少なくとも施設Xが獲得可能な需要量の過半数は確保できるのであるが，施設Yのメジアンを与える格子点（$a_{(k)}, b_{(l)}$）に近づけることにより，より多くの需要量を確保することができる。

施設Xを（$a_{(k)}, b_{(l)}$）点に配置すると，次の2つの場合に対して有効である。

（1） $\sum_{a_s>a_{(k)}} v_s>\max\left\{\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s,\ \sum_{b_l>b_{(l)}} v_l,\ \sum_{b_l<b_{(l)}} v_l\right\}$ のときは施設Xは需要量 $\sum_{a_s\leq a_{(k)}} v_s$ を確保できる。

（2） $\sum_{b_l>b_{(l)}} v_l>\max\left\{\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s,\ \sum_{a_s>a_{(l)}} v_s,\ \sum_{b_l<b_{(l)}} v_l\right\}$ のときは施設Xは需要量 $\sum_{b_l\leq b_{(l-1)}} v_l$ を確保できる。

これら2つの条件が成り立たないなら，施設Xは格子点（$a_{(k)}, b_{(l)}$）に配置しない。このときは，施設Xを点（$a_{(k-1)}, b_{(l)}$）に配置すれば施設Xは需要量$V_X^{k-1}=\sum_{a_s<a_{(k-1)}} v_s$ を確保できる。また，点（$a_{(k)}, b_{(l-1)}$）に配置すれば施設Xは需要量$V_Y^{l-1}=\sum_{b_l<b_{(l-1)}} v_l$を確保できる。それゆえ，$V_X^{k-1}$ と V_Y^{l-1} の大きな方を得ることができる格子点に配置することになる。

4.2 $\boldsymbol{a}_{(i)}<\boldsymbol{a}_{(k)}$, $\boldsymbol{b}_{(j)}=\boldsymbol{b}_{(l)}$ の場合

この場合は基本的に直線市場の場合と同様である。すなわち，次のような方策を用いる。

（1） $\sum_{a_s>a_{(k)}} v_s>\max\left\{\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s,\ \sum_{b_l>b_{(l)}} v_l,\ \sum_{b_l<b_{(l)}} v_l\right\}$ のとき，施設Xを点（$a_{(k)}, b_{(l)}$）に配置する。このとき施設Xは需要量 $\sum_{a_s\leq a_{(k)}} v_s$を確保できる。

（2） $\sum_{b_l>b_{(l)}} v_l>\max\left\{\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s,\ \sum_{a_s>a_{(l)}} v_s,\ \sum_{b_l<b_{(l)}} v_l\right\}$ のとき

$\sum_{b_l\leq b_{(l)}} w_l>\sum_{a_s\leq a_{(k-1)}} w_s$ なら施設Xを点（$a_{(k)}, b_{(l)}$）に配置し，需要量 $\sum_{b_l\leq b_{(l)}} w_l$ を獲得する。そうでなければ（$a_{(k-1)}, b_{(l)}$）に配置し，需要量 $\sum_{a_s\leq a_{(k-1)}} w_s$ を獲得する。

（3） $\sum_{b_t<b_{(l)}} v_t > \max\left\{\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s,\ \sum_{a_s>a_{(l)}} v_s,\ \sum_{b_t>b_{(l)}} v_t\right\}$ のとき

$\sum_{b_t \geq b_{(l)}} w_t > \sum_{a_s \leq a_{(k-1)}} w_s$ なら施設 X を点 $(a_{(k)}, b_{(l)})$ に配置し，需要量 $\sum_{b_t \geq b_{(l)}} w_t$ を獲得する。そうでなければ $(a_{(k-1)}, b_{(l)})$ に配置し，需要量 $\sum_{a_s \leq a_{(k-1)}} w_s$ を獲得する。

（4） $\sum_{a_s<a_{(k)}} v_s \geq \max\left\{\sum_{a_s>a_{(k)}} v_s,\ \sum_{b_t>b_{(l)}} v_t,\ \sum_{b_t<b_{(l)}} v_t\right\}$ のとき，施設 X を点 $(a_{(k-1)}, b_{(l)})$ に配置する。このとき施設 X は需要量 $\sum_{a_s \leq a_{(k-1)}} w_s$ を確保できる。

4.3　$\boldsymbol{a}_{(i)}=\boldsymbol{a}_{(k)}$，$\boldsymbol{b}_{(j)}=\boldsymbol{b}_{(l)}$ の場合

このとき明らかに施設 X は格子点 $(a_{(k)}, b_{(l)})$ に配置する。(さもなければ過半数の需要量は獲得できない。) それゆえ施設 Y は点 $(a_{(k-1)}, b_{(l)})$，$(a_{(k)}, b_{(l-1)})$，$(a_{(k+1)}, b_{(l)})$，$(a_{(k)}, b_{(l+1)})$ の中で最大の需要量が得られる点に配置されるのが最適である。その配置に応じて施設 X の獲得需要量も決まる。

5.　お　わ　り　に

本論文は神戸学院大学経済学論集の特集号に向けて執筆した。本論文では2点間の距離として直角距離を考えた。まず直線市場を考え，その拡張として平面市場における直角距離を扱った。市場においては複数個の需要点が存在し，その市場に2つの競合する企業が参入し施設を各1つ配置する問題を考えた。ここで，各需要点の需要は利用する施設によって異なると仮定した。本論文では配置する順序には先手後手があると仮定し，問題を解析することによってその均衡解を求めた。

参　考　文　献

[1] Drezner, Z. (1982). Competitive Location Strategies for Two Facilities. *Regional Science and Urban Economics*, **12**, 485-493.

[2] Drezner, T., Drezner, Z. and Shiode, S. (2002). A Threshold Satisfying Com-

petitive Location Model. *Journal of Regional Science*, **42**, 287-299.

[3] Hakimi, S. L. (1983). On Locating New Facilities in a Competitive Environment. *European Journal of Operational Research*, **12**, 29-35.

[4] Hotelling, H. (1929). Stability in Competition. *Economic Journal*, **39**, 41-57.

[5] Karkazis, J. (1989). Facility Location in a Competitive Environment: A Promethee Based Multiple Criteria Analysis. *European Journal of Operational Research*, **42**, 294-304.

[6] Osumi, S., Shiode, S., Teraoka, Y. and Ishii, H. (1998). A Competitive Location Problem with Establishing Cost. *Mathematica Japonica*, **48**, 19-26.

[7] 塩出省吾，確率的制約条件の下での競合する2施設の配置問題，神戸学院経済学論集，第29巻（1997）第1・2号，pp. 27-36.

[8] Shiode, S. and Ishii, H. (1995) A (k/Am) Medianoid Problem under Competitive Environment, *Mathematica Japonica*, **41**, 239-244