連続するＲ＆Ｄ投資と社会的厚生

常　廣　泰　貴

概　要

不確実性の存在する市場で，先行してＲ＆Ｄ投資を行う企業１とそれに追随してＲ＆Ｄ投資行う企業２を考える。社会的厚生は企業１のＲ＆Ｄ投資の効率性が上昇すれば必ず増加し，企業２の市場シェアーが十分高く，かつ不確実性が十分大きければ，企業２のＲ＆Ｄ投資の効率性の下落によっても増加する。

1. はじめに

本稿の目的は不確実性が存在する市場において，二つの企業がＲ＆Ｄ投資を連続して行う場合において，それら企業のＲ＆Ｄ投資の効率性と社会的厚生とがどのように関係しているかを明らかにすることである。

不確実性下での投資行動については McDonald and Siegel (1986) を始めとして数多くの分析がなされているが，特に連続するＲ＆Ｄ投資について分析した最近のものとして Kanniainen (2000) や Weeds (2002) などが挙げられる。

Weeds (2002) ではＲ＆Ｄが協力して行われる場合や非協力で行われる場合での分析が行われているが，そこではＲ＆Ｄの瞬間的成功確率に関わるハザード・レートは一定とされている。Kanniainen (2000) ではハザード・レートは内生的に決定されるが，それはＲ＆Ｄに追随する企業のもののみであり，先行する企業のものについては明示的には分析されていない。

そこで，本稿ではＲ＆Ｄに先行するか追随するかに関わらず，二つの企業のハザード・レートが内生的に決定される場合においての分析を行うことにする。

本稿の構成は以下のとおりである。次の第２章で基本となるモデルを提示す

る。続く第3章でR&D投資の効率性が社会的厚生とどのように関係するかについてみる。最後の第4章でまとめを示す。

2. モ デ ル

R&D投資が二つの企業によって連続して行われる場合を考える。まず，先導者である企業1が製品開発のためのR&D投資を行うとする。そのR&Dが成功すると企業1は市場に製品を供給することが可能となる。しかし，その製品供給は追随者である企業2に新たな製品開発のアイデアを与え，企業2のR&D投資を可能とさせる。企業2はR&D投資を行うことにより，たとえ企業1の製品が特許で保護されるとしても，その特許に抵触しないような製品の開発が可能であるとする。

さて，企業2がR&Dに成功すると市場では企業1の製品と企業2の製品が競合するようになる。したがって，企業1が市場を独占できるのは，企業2のR&Dが成功するまでの時点であり，それ以後の時点からは市場は複占となる。

また，この市場には不確実性があり，企業が得られるフローの利得は確率的に変動するものとする。この不確実性は次の幾何的ブラウン運動によって変動するA_tで表さるものとする。

$$dA_t = \mu A_t dt + \sigma A_t dz_t. \tag{1}$$

ここで，$\mu>0$はA_tの期待成長率を表すドリフト・パラメーターであり，$\sigma>0$はA_tの標準偏差を表すボラティリティである。またdz_tは標準的なブラウン運動であり，$dz_t \sim N(0, dt)$である。この不確実性を表す変数A_tは企業1の製品が市場に供給される時点τでの値A_τを初期値として変動するものとする。

市場が独占の場合，複占の場合の産業全体での利得を，それぞれ$A_t\pi(m)$，$A_t\pi(d)$とする。産業全体での利得は独占の場合の方が複占の場合より大きいとする。すなわち$\pi(m) \geq \pi(d)$という関係が満たされるとする。

また，時点tにおける企業$i(i=1, 2)$の利得をπ_t^iとすると，独占市場での企業1の利得は$\pi_t^1 = A_t\pi(m)$となり，複占市場での企業iの利得は$\pi_t^i = \alpha_i A_t\pi(d)$

となる。ここで，α_i は $\alpha_1+\alpha_2=1$ を満たす非負の定数で，複占市場での企業 i のシェアーを表している。

R＆D投資は Louly (1979) や Dasgupta and Stiglitz (1980) と同様に，R＆D開始時点に一括して行われるものとする。

費用として掛かる企業 i のR＆D投資の額を $c_i x_i$ で表す。ここで，x_i はR＆Dの瞬間的成功確率に関わるハザード・レートである。また，正の定数 c_i は企業 i のR＆D投資の効率性を表す単位ハザード・レート当たりに必要な費用であり，その値が小さいほどその企業のR＆Dは効率的となる。

企業１が市場に製品を供給した後，企業２のR＆D投資は可能となるがそのR＆D投資が行われる時点を T する。このとき企業１の製品供給の時点 τ を現在として評価した企業２の価値は，

$$V_\tau^2=\max_T E_\tau[e^{-r(T-\tau)}V_T^2] \qquad (2)$$

となる。ただし，E_t は時点 t における情報下での期待値を求める演算子であり，r は割引率である。V_T^2 は企業２がR＆D投資を行う時点 T で評価した企業２の価値である。企業２のR＆D成功の時点を s とし，その時点で評価した企業２の期待利得を Π_s^2 とすると，

$$\begin{aligned}\Pi_s^2&=E_s\left[\int_s^\infty e^{-r(u-s)}\pi_u^2 du\right]\\&=(\alpha_2/\omega)A_s\pi(d) \qquad (3)\end{aligned}$$

となる。ただし，$\omega=r-\mu>0$ である。(３)より V_T^2 は，

$$\begin{aligned}V_T^2&=E_T\left[\int_T^\infty e^{-(r+x_2)(s-T)}x_2\Pi_s^2 ds-c_2x_2\right]\\&=\frac{(\alpha_2/\omega)A_T\pi(d)x_2}{\omega+x_2}-c_2x_2 \qquad (4)\end{aligned}$$

と表される。

さて，企業２は時点 T において(４)を最大にするようにR＆D投資を決定するが，c_2 は定数であるので，その値は(４)を最大にするハザード・レートを求

めることで得れる。一階の条件より，そのハザード・レートは，

$$x_2^* = \sqrt{(\alpha_2/c_2)A_T\pi(d)} - \omega \tag{5}$$

となる。(4)と(5)より，時点Tを現在として評価した企業2の価値は，

$$V_T^2 = (\sqrt{(\alpha_2/\omega)A_T\pi(2)} - \sqrt{\omega c_2})^2 \tag{6}$$

と表される。企業2は企業1の製品供給の時点τの直後からＲ＆Ｄ投資を行うことが可能となるが，そのＲ＆Ｄ投資をどの時点で行うかは市場の不確実性を表すA_tの値に依存することになる。このA_tの初期値はA_τであるが，その値が小さいときには時点τの直後にＲ＆Ｄ投資を行うよりも，A_tの値が十分大きくなるのを待ってからＲ＆Ｄ投資を行う方が企業2は高い企業価値を得られることになる。時点τ以後の時点tでの企業2の価値は次のように表される。[1]

$$V_t^2 = \begin{cases} B(A_t)^\beta & \text{if } A_t < A_* \\ (\sqrt{(\alpha_2/\omega)A_t\pi(d)} - \sqrt{\omega c_2})^2 & \text{if } A_t \geq A_* \end{cases} \tag{7}$$

ただし，$B = ((\beta-1)/\beta\omega)^{2(\beta-1)}(\alpha_2\pi(d)/c_2)^\beta(c_2/\beta^2\omega)$, A_*はＲ＆Ｄ投資決定の時点に関わるA_tの閾値であり$A_* = (c_2/\alpha_2\pi(d))(\beta\omega/(\beta-1))^2$と表される。また，$\beta$は$\sigma^2\beta(\beta-1) + 2\mu\beta = 2r$より得られる正の根で$1 < \beta < r/\mu$を満たしている。

企業1が製品を供給した時点τからA_tは変動して行くが，簡単化のためにその初期値A_τは固定されているとする。この場合，企業1はＲ＆Ｄに成功するとすぐに製品を市場に供給することになる。$A_* \leq A_\tau$であれば企業2は企業1が製品を供給した直後にＲ＆Ｄ投資を行うことになるが，ここでは$A_* > A_\tau$であるとして分析を行う。すなわち，企業2がＲ＆Ｄ投資を行うのは企業1の製品供給直後ではなく，A_tがA_*以上に初めてなった時点となる。そこで$A_t = A_*$となったときの企業2のハザード・レートと企業価値を求めると，それらは，

$$x_2^* = \omega/(\beta-1) \tag{8}$$

$$V_T^2 = \omega c_2/(\beta-1)^2 \tag{9}$$

と表されることになる。

(1)　Dixit and Pindyck (1994) を参照。

次に，企業1のR＆D投資行動についてみる。企業1はR＆Dに成功すると企業2がR＆Dに成功するまでは独占企業として，企業2がR＆Dに成功した後では複占企業としてのフローの利得を得ることになる。

企業1のハザード・レートをx_1としR＆Dの効率性を表す正の定数をc_1とする。このとき企業1の価値を企業1のR＆D投資開始時点0を現在として評価すると，

$$V_0^1=\frac{x_1\Pi^1}{r+x_1}-c_1x_1 \tag{10}$$

となる。ただし，Π^1はR＆D成功によってもたらされる企業1の期待利得であり，次のように表される。

$$\Pi^1=\frac{A_\tau\pi(m)}{\omega}\left[1-(A_\tau/A_*)^{\beta-1}\left(\frac{1-\alpha_1\pi(d)/\pi(m)}{\beta}\right)\right]. \tag{11}$$

(10)を最大にするハザード・レートを一階の条件より求めると，

$$x_1^*=\sqrt{(r/c_1)\Pi^1}-r \tag{12}$$

となる。これより時点0で評価した企業1の価値は，

$$V_0^1=\left(\sqrt{\Pi^1}-\sqrt{rc_1}\right)^2 \tag{13}$$

と表される。企業1がR＆D投資を行う場合を考えるので，$\Pi^1>rc_1$という関係が成立しているとする。(2)

時点0で評価した企業2の価値は，$E_\tau(e^{-r(T-\tau)})=(A_\tau/A_*)^\beta$であるので，

$$V_0^2=\frac{x_1^*(A_\tau/A_*)^\beta V_T^2}{r+x_1^*}. \tag{14}$$

と表される。

（2）(11)より $A_\tau\pi(m)/\omega>\Pi^1$ という関係が成立することは明らかである。したがって$\Pi^1>rc_1$という関係が成立するためには，少なくとも $A_\tau\pi(m)/\omega>rc_1$ という関係が成立しなければならないが，この関係は企業2の参入の脅威がない場合に，企業1がR&D投資を行うための条件ともなっている。

3. R&D投資の効率性と社会的厚生

前章では企業1，企業2のR&D投資行動と企業価値 V_0^i についてみたが，ここでは，それら企業価値と消費者の厚生の和として得られる社会的厚生がR&D投資の効率性とどのように関係しているのかについてみることにする。企業 i のR&D投資の効率性が上昇（下落）するとは，単位ハザード・レート当りに必要な費用を表す c_i の減少（増加）を意味する。

時点0で評価した社会的厚生を SW_0 とすると $SW_0 = V_0^1 + V_0^2 + CW_0$ と表される。ただし，CW_0 は時点0で評価した消費者の厚生である。時点 t において市場が独占市場である場合の消費者余剰を $CS_t(m)$ とし，複占市場である場合の消費者余剰を $CS_t(d)$ とする。市場には A_t で表される不確実性が存在するので，消費者余剰も A_t の変動の影響を受けることになる。そこで，独占市場と複占市場での消費者余剰は，それぞれ $CS_t(m) = A_t\theta(m)$，$CS_t(d) = A_t\theta(d)$ で表されるものとする。ただし，$\theta(m)$，$\theta(d)$ は正の定数で，$\theta(m) \leq \theta(d)$ という関係が成立しているとする。このとき時点0で評価した消費者の厚生は，

$$CW_0 = \frac{x_1^* CW_\tau}{r + x_1^*} \tag{15}$$

となる。ただし，CW_τ は時点 τ で評価した消費者の厚生であり，市場は企業1のR&D成功の時点 τ から企業2のR&Dの成功の時点 T までは独占市場で，時点 T 以後からは複占市場になることより，

$$\begin{aligned} CW_\tau &= E_\tau\left[\int_\tau^T e^{-r(t-\tau)} CS_t(m)\,dt + \int_T^\infty e^{-r(t-\tau)} CS_t(d)\,dt\right] \\ &= (A_\tau/\omega)(\theta(m) + (\theta(d) - \theta(m))(A_\tau/A_*)^{\beta-1})) \end{aligned} \tag{16}$$

と表される。

まず，企業1のR&D投資の効率性と社会的厚生 SW_0 との関係についてみると，次の命題1が得られる。

命題1.

企業1のR&D投資の効率性の上昇（下落）は社会的厚生SW_0を増加（減少）させる。

証明）数学注1を参照。

企業1のR&D投資の効率性が上昇すれば，単位ハザード・レート当りに必要となるR&D投資が少なくて済み，企業1のハザード・レートx_1^*を大きくさせる。それにより企業1のR&Dが成功する期待時点は早くなるので企業1の企業価値V_0^1は増加する。また，企業2がR&D投資を行う期待時点も早くなるので，企業2の価値V_0^2は増加する。さらに，市場が企業1によって独占される期待期間は変化しないものの，市場に製品が供給される期待時点が早くなることにより消費者の厚生CW_0も増加することになる。

続いて，企業2のR&D投資の効率性と社会的厚生SW_0との関係についてみると，次の命題2が得られる。

命題2.

複占市場における企業2の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，企業2のR&D投資の効率性の下落（上昇）は社会的厚生SW_0を増加（減少）させる。

証明）数学注2を参照。

市場のシェアーおよび市場の不確実性のいかんに関わらず，企業2のR&D投資の効率性が下落すれば，企業1の企業価値V_0^2は増加することになる。これは効率性の下落，すなわちc_2の増加によって，企業2のR&D投資決定の時点に関わるA_*が増加することによるものである。A_*が増加すれば，企業1の製品が市場に供給されてから企業2がR&D投資を開始するまでの期待期間が

長くなる。企業2の決定するハザード・レート x_2^* は変化しないので，企業1の製品が市場に供給されてから企業2がR&Dに成功するまでの期待期間が長くなることになる。また，市場が企業1の独占状態から企業1と企業2による複占状態に移行する期待期間が長くなるので企業1のR&D成功の時点で評価した企業価値 Π^1 は増加することになる。それにより企業1のハザード・レート x_1^* は増加するので企業1がR&Dに成功する期待時点は早まることになる。したがって，企業2のR&D投資の効率性が下落すれば，企業1が独占利得を得ることが可能となる期待時点が早まり，さらにその独占利得を享受できる期待期間も長くなるので，企業1の企業価値 V_0^1 は増加することになるのである。

いまみたように，企業2のR&D投資の効率性の下落は企業1のハザード・レート x_1^* を増加させるので，企業1の製品が市場に供給される期待時点は早まることになった。これは企業2がR&D投資を開始できる期待時点を早くさせるので，企業2の企業価値 V_0^2 を増加させるプラスの効果をもたらすことになる。その一方で，企業2のR&D投資の効率性の下落は企業2のR&D投資決定の時点に関わる A_* を増加させるので，企業1の製品が市場に供給されてから企業2が利得を得ることが可能となるまでの期待期間は増加することになる。これは企業1のR&D投資成功の時点で評価した企業2の企業価値 $V_\tau^2=(A_\tau/A_*)^\beta V_T^2$ を減少させるマイナスの効果を意味する。企業2のR&D投資の効率性の下落は企業2の企業価値 V_0^2 にプラスの効果とマイナスの効果をもたらすが，それらの効果の大きさは市場のシェアーや市場の不確実性に影響される。少なくとも，企業2の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，プラスの効果の方がマイナスの効果よりも大きくなるので，この場合には企業2のR&D投資の効率性の下落は企業2の企業価値 V_0^2 を増加させることになる。

次に消費者の厚生 CW_0 についてみる。消費者は市場に企業1の製品が供給された時点から消費者余剰を得ることが可能となるが，企業2のR&D投資の効

率性が下落すると，企業1の製品が市場に供給される期待時点が早まることになった。したがって，企業2のR&D投資の効率性の下落は消費者余剰 $CS_t(m)$ を得られることになる期待時点を早めることになる。これは消費者の厚生 CW_0 を増加させるプラスの効果である。また，企業2のR&D投資の効率性の下落は市場が独占状態から複占状態へ移行する期待期間を増加させるという消費者の厚生 CW_0 にとってマイナスの効果ももたらす。

これらプラスの効果とマイナスの効果の大きさについては，企業2の企業価値 V_0^2 でみたのと同様に，少なくとも，企業2の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，プラスの効果の方がマイナスの効果よりも大きくなる。

したがって，市場シェアーや不確実性の大きさに関わらず企業2のR&D投資の効率性の下落は，必ず企業1の企業価値 V_0^2 を増加させ，企業2の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，企業2のR&D投資の効率性の下落は企業2の企業価値 V_0^2 と消費者の厚生 CW_0 も増加させるので，命題2が成立することになる。

4. ま　と　め

ここでは，企業1と企業2と名付けた二つの企業によってR&D投資が連続して行われる場合についてみた。まず，企業1がR&D投資を行い，続いて企業2がR&D投資を行うのであるが，企業2のR&D投資が可能となるのは企業1のR&Dに成功して市場に製品を供給した直後からとした。企業1の製品が企業2に新たなR&Dのアイデアを与え，企業2のR&D投資を可能とさせるのである。

市場は企業1の製品が供給されることによって形成されるが，企業2の製品が供給されるまでは企業1による独占状態にあり，それ以後は企業1と企業2による複占状態になるとした。また，市場には不確実性が存在しており，企業の得られるフローの利得は期待成長率が正となる幾何的ブラウン運動にしたが

うものとした。

さらに，二つ企業の企業価値と消費者の厚生を企業１のＲ＆Ｄ投資開始時点で評価してそれらを合計してものを社会的厚生としてＲ＆Ｄ投資の効率性との関係についてみた。ここでＲ＆Ｄ投資が効率的であるとは，単位ハザード・レート当りに必要となるＲ＆Ｄ投資の大きさを示す定数の値が小さいことを意味する。このＲ＆Ｄ投資の効率性と社会的厚生について以下のことが分かった。

(1)：企業１のＲ＆Ｄ投資の効率性の上昇（下落）は，二つの企業の企業価値および消費者の厚生を全て増加（下落）させ，社会的厚生を増加（下落）させる。

(2)：複占市場における企業２の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，企業２のＲ＆Ｄ投資の効率性の下落（上昇）は，二つの企業の企業価値および消費者の厚生を全て増加（下落）させ，社会的厚生を増加（下落）させる。

社会的厚生を増加させる政策としては，企業１のＲ＆Ｄ投資に対しては補助金を与え，複占市場における企業２の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには企業２のＲ＆Ｄ投資に対して税金を掛けるという政策が得られることになる。

数学注

数学注 1)

(13) より $\partial V_0^1/\partial c_1 = -x_1^* < 0$ が得られる。また，(14) より $\partial V_0^2/\partial c_1 = (r/(r+x_1^*)^2) \times (A_\tau/A_*)^\beta V_T^2 \partial x_1^*/\partial c_1$ が得られ，(15) より $\partial CW_0/\partial c_1 = (r/(r+x_1^*)^2) CW_\tau \partial x_1^*/\partial c_1$ が得られるが，(12) より $\partial x_1^*/\partial c_1$ の符号は負となることは明らかなので，$\partial V_0^2/\partial c_1 < 0$, $\partial CW_0/\partial c_1 < 0$ となることが分かる。

数学注 2)

(13) より $\partial V_0^1/\partial c_2 = (\sqrt{V_0^1}/\sqrt{\Pi^1}) \partial \Pi^1/\partial c_2$ が得られが，(11) より $\partial \Pi^1/\partial c_2 = ((\beta-1)/$

$c_1)(A_\tau\pi(m)/\omega-\Pi^1)>0$ であるので，$\partial V_0^1/\partial c_2>0$ となることが分かる。(14)より $\partial V_0^2/\partial c_2=(A_\tau/A_*)^\beta V_T^2(\beta-1)G(Z)/2c_2Z^3$ が得られ，(15)より $\partial CW_0/\partial c_1=(A_\tau(\beta-1)/2c_1\omega Z^3)[(\theta(d)-\theta(m))(A_\tau/A_*)^{\beta-1}G(Z)+\theta(m)(A_\tau\pi(m)/\omega-\Pi^1)\sqrt{rc_1}$ が得られる。ただし，$Z\equiv\sqrt{\Pi^1}$，$G(Z)=-2Z^3+\sqrt{rc_1}Z^2+\sqrt{rc_1}A_\tau\pi(m)/\omega$ である。Zについては $\sqrt{rc_1}<Z<\sqrt{A_\tau\pi(m)/\omega}$ という関係が成立している。$G(\sqrt{rc_1})>0$，$G(\sqrt{A_\tau\pi(m)/\omega})<0$ であるので $G(Z)$ のグラフに注意すると $G(Z)=0$ となる Z が $(\sqrt{rc_1}, \sqrt{A_\tau\pi(m)/\omega})$ の範囲に一つだけ存在することが分かる。その Z を $\hat{Z}$ とし，$\hat{\Pi}^1\equiv\hat{Z}$ とすると，$\Pi^1>\hat{\Pi}^1$ のとき，$G(Z)<0$ で，$\Pi^1<\hat{\Pi}^1$ のとき，$G(Z)>0$ となることが分かる。ところで α_1 が 0 に近づくとき Π^1 は，$(1/\omega)A_\tau\pi(m)(1-(1/\beta)(A_\tau/A_*)^{\beta-1})$ に近づき，さらに β が 1 に近づくと $(A_\tau/A_*)^{\beta-1}$ は 1 に近づくので Π^1 は 0 に近づくことが分かる。したがって α_1 が 0 に十分近かく，かつ β が十分 1 に近かいときには $\Pi^1<\hat{\Pi}^1$ という関係が成立することになる。$\alpha_2=1-\alpha_1$ であり，市場の不確実性を表す σ が無限大に近づくとき β は 1 に近づくので，企業 2 の市場シェアーが十分大きく，かつ市場の不確実性が十分高いときには，$\partial V_0^2/\partial c_2<0$ かつ $\partial CW_0/\partial c_1<0$ となることが分かる。

参 考 文 献

Dixit, A. K. and Pindyck, R. S., 1994. Investment under Uncertainty. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Kannianen, T. T. V., 2000. Do patents slow down technological progress? Real options in research, patenting, and market introduction. International Journal of Industrial Organization, 18, 1105-1127.

Loury, G. C., 1979. Market structure and innovation. Quarterly Journal of Economics, 93, 395-410.

McDonald, R. and Sigel, D., 1986. The value of waiting to invest. Quarterly Journal of Economics, 101, 707-728.

Weeds, H., 2000. Strategic delay in a real options model of R&D competion. Review of Economic Studies, 69, 729-747.