不確実性と不確定性の下での数理的意思決定について

石　井　博　昭

1. はじめに

この論文は神戸学院大学における昨年度（2002年度）の塩出省吾教授を代表とするプロジェクトに参加した研究成果をもとにしている。今日本は将来に対する不安から経済に萎縮，気持ちの萎縮と悪循環が続いている。10数年前のバブル期には予想だにもしなかった展開である。今こそ不確実，不確定の下での意思決定の重要性が際立つのである。数理的意思決定では数理計画法が主要な道具であるが，不確実性の下では確率計画法，不確定性の下ではファジィ数理計画法が中心となり，これまで多くの研究がなされてきた。特に確率計画やファジィ数理計画では目的関数や制約条件としてどのようなものを考えれば妥当であるかが重要であり，これはまさしく意思決定に直接的に関係してくる。しかし，実際には不確実，不確定性は単独で考えるのではなく，両方同時に考えることが必要な状況も多く，これに対応してファジィランダム数理計画法やランダムファジィ数理計画法が研究され始めている。ここではファジィランダム数理計画法についてその現状と応用を我々の研究を中心に述べたい。第２章ではファジィランダム数理計画の基礎となるファジィランダム変数について述べる。第３章ではファジィランダム線形計画法を紹介する。第４章ではその応用として在庫問題のファジィランダム版を紹介しその有用性について考察する。最後に第５章でランダムファジィ変数も含めてこれからの展望について夢を語る。

2. ファジィランダム変数

ファジィランダム変数は1978年に Kwakernaak [6] によって導入され，その後，Puri と Ralescu [9, 10] によって理論的な土台が構築された。ファジィランダム変数とは確率変数の実現値がファジィ数である変数である。Kwakernaak による定義は多値論理の立場より導出されたものであり，ランダム集合を拡張した Puri-Ralescu による定義とは少し違いがあるが，Puri-Ralescu の定義のほうがより一般的である。また，両者の定義がある条件の下では一致することが知られている [13]。ファジィランダム変数の定義はその他にもいくつかあるが [1, 7, 8, 11]，本研究では [12] の定義を紹介することにする。この定義は従来のファジィランダム変数の包括的な定義であると同時に，本論文で用いるファジィランダム変数と深い関わりを持っている。

定義 1.（[12]）

Ω を標本空間，Λ をファジィ集合の族とし，B_Ω，B_Λをそれぞれの σ 集合体，Pを確率測度とする。(Ω, B_Ω, P)，(Λ, B_Λ) をそれぞれ確率空間，可測空間とするとき，Ω から Λ への可測写像 X をファジィランダム変数という。

このことは任意の $A \in B_\Lambda$ に対して $\{\omega \mid X(\omega) \in A\} \in B_\Omega$ が成り立つ事を意味している。そして，次の定理はこの定義1の充分条件になっていることを示す事ができる。

定理 1.（[12]）

xを確率空間 (Ω, B_Ω, P) から可測空間 (Γ, B_Γ) への可測写像とし，Xを Ω から Λ への写像とする。もし全単射 $h: \Lambda \to \Gamma$ が存在すれば，可測空間と (Λ, B_Λ) と (Ω, B_Ω, P) から (Λ, B_Λ) への写像 X はファジィランダム変数である。

またこの定理から次の系が成り立つ。

系　1.（[12]）

XをΩからΛへの写像とする。$^{\forall}\omega \in \Omega$ に対して，ファジィ集合 $X(\Omega)$ のメンバシップ関数 $\mu_{X(\omega)}$ がある関数 $f(u\,;\,\theta)$ に対して $\mu_{X(\omega)}(u)=f(u\,;x(\omega))$ と表されるとする。ここで θに関して $\theta_1 \neq \theta_2$ のとき $f(u\,;\,\theta_1) \neq f(u\,;\,\theta_2)$ が成り立つならば Xはファジィランダム変数である。

ファジィ集合 Xのメンバシップ関数がパラメータによって決定される確率変数ならば，系1から Xはファジィランダム変数である。系1における条件はかなり強いが，これを満たすものは応用上有用であり，本研究で導入するファジィランダム変数もこの条件を満たしている。また，Kaufmann と Gupta [5] によって導入されたハイブリット数や Puri と Ralescu [10] による正規ファジィランダム変数もこの条件を満たす。

昨今コンビニエンスストアではお弁当の販売に力を入れているが，秋の行楽シーズンでは天候によって売れる量が左右する。晴れだったらこれぐらいという予測をするのは天候の確率と合わせると弁当の売れる量はまさしくファジィランダム変数である。

また，最近は実験から得られるデータはデジタル表示されるが，表示桁の部分以外はわからないのでまさしく実現値は曖昧な数である。即ち，ファジィランダム変数である。

2.　不確実・不確定要素を含む線形計画問題

不確実性下の数理計画法として確率計画法が考えられ，また，確率的な変動とは異なる曖昧さを扱う場合の手法としてファジィ数理計画法が考えられている。しかし1章で述べたように，ランダム性とファジィ性が同時に現れることも多い。そこで，数理計画の基礎的な手法であり，組合せ最適化でその近似あるいは部分問題として現れる線形計画問題にこのような不確実かつ不確定状況を考えるのは，不可欠であると同時に，他の多くの意思決定問題への拡張の可能

性を孕んでいる。そこでファジィランダム線形計画問題を取り扱う。線形計画問題を構成するいろいろなデータ，すなわち係数行列あるいは右辺，あるいは目的関数の係数がファジィランダム変数である場合やあるものは確率変動し，またあるものはあいまい性あるいは融通性をもっている場合など様々な状況が考えられる。ここでは簡単のために等式制約の定数項がファジィランダム変数である線形計画問題を扱い，ファジィ数理計画法における可能性計画と確率計画法における機会制約条件計画に基づいた意思決定法を考える。定式化された問題を等価確定問題に変換する過程について示す。次に目的関数における係数がファジィランダム変数である問題を紹介する。係数がファジィランダム変数であるために目的関数値もファジィ性とランダム性を含んでいる。この場合の最適性は何かと考え，目的関数値に対して設定したファジィ目標を満足する可能性の度合いに関する機会制約条件計画問題として定式化する。このように最適性の設定自身が問われ，社会的に妥当である事が求められる。この意味で，通常の数理計画とは違って，公平公正性を研究する事が必要となる。これはまた，不確実性，不確定性に関する情報の価値についての考察に繋がる。

（等式制約の定数項がファジィランダム変数である線形計画問題）

次の線形計画問題を考える。

$$\mathbf{P}_1 : \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \text{最小}$$

$$\text{条件} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \geq b,\ \ x_i \geq 0,\ \ i=1,2,\ldots,n.$$

上の不等式の右辺 b を次のメンバシップ関数 $\mu_{B(\omega)}$ で特性づけられるファジィランダム変数 $B(\omega)$ とする。

$$\mu_{B(\omega)} = \begin{cases} L\left(\dfrac{d(\omega)-b}{\alpha}\right)(b \leq d(\omega)) \\[2ex] R\left(\dfrac{b-d(\omega)}{\beta}\right)(b \geq d(\omega)) \end{cases}$$

ここで L, R は次の条件を満たす上半連続な非増加関数であり，$d(\omega)$ は確率密

度関数fを持ち確率分布関数がFであるとする。

$$L:[0,+\infty)\to[0,1],\ L(0)=1,\ {}^{\exists}r'>0 \text{ で } L(r')=0$$

$$R:[0,+\infty)\to[0,1],\ R(0)=1,\ {}^{\exists}r''>0 \text{ で } R(r'')=0$$

このとき上記線形計画問題$\mathbf{P}_1$の不等式制約はbの不確実性のため，一般にはどのような$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^t$（$t$は転置）を選んでも常には成り立たない。しかも，その差$y=(b-\mathbf{ax})$（$\mathbf{a}=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$は係数ベクトル）自身次のメンバシップ関数$\mu_{Y(\omega)}(y)$をもつファジィランダム変数$Y(\omega)$となる。

$$\mu_{Y(\omega)}(y)=\mu_{B(\omega)}(y+\mathbf{ax})$$

ここでこの制約式が成り立たない程度をyの大きさによって計り，大体f_0以下であるべきだと考える。このような目標をファジィ目標という。ここではGで示す。この辺りはある意味で自由性をもつためファジィ理論嫌いの人が我々を非難する種になっている。しかし，極論を敢えて言えば目的関数自身代替案を選ぶ手段であるにすぎないのであり，何を目指しているかによって違って来るのである。さらに言えば，同じ最適解さえ求める事ができれば，どのような変形も許されるのである。それこそが面白いのであり，不確実性・不確定性の下での生きる知恵である。

さて，ファジィ目標Gに対するyの可能性の度合い$\Pi_{Y(\omega)}(G)$を次のように定義する。

$$\Pi_{Y(\omega)}(G)=\sup_y \min\{\mu_{Y(\omega)}(y), \mu_G(Y)\}$$

$$=\sup_y \min\{\mu_{B(\omega)}(y+\mathbf{ax}), \mu_G(Y)\}\in[0,1]$$

yは不確定性だけではなく，不確実性も持っているため$\Pi_{Y(\omega)}(G)$は確率的に変動する。そこで$\mathbf{P}_1$に関して$\mathbf{P}_2$を考える。

$$\mathbf{P}_2: -\mathbf{c}^t\mathbf{x}+Q(\Pi_Y(G))\to \text{最小}$$

$$\text{条件}\quad \Pr\{\Pi_Y(G)\geq h\}\geq\theta,\ \mathbf{x}\geq 0$$

機会制約条件$\Pr\{\Pi_Y(G)\geq h\}\geq\theta$を等価確定条件に変換する。まず$\Pi_Y(G)\geq h$は以下のように変形される。

$$\Pi_{Y(\omega)}(G)=\sup_{y}\min\{\mu_{B(\omega)}(y+\mathbf{ax}),\mu_G(Y)\}\geq h$$
$$\Leftrightarrow{}^{\exists}y:\mu_{B(\omega)}(y+\mathbf{ax})\geq h,\ \mu_G(y)\geq h$$
$$\Leftrightarrow{}^{\exists}y:L\left(\frac{d(\omega)-y-\mathbf{a}^t\mathbf{x}}{\alpha}\right)\geq h,\ R\left(\frac{y+\mathbf{a}^t\mathbf{x}-d(\omega)}{\beta}\right)\geq h,\ l(y)\geq h,\ r(y)\geq h$$
$$\Leftrightarrow{}^{\exists}y:d(\omega)-y-\mathbf{a}^t\mathbf{x}\geq\alpha L^*(h),\ y+\mathbf{a}^t\mathbf{x}-d(\omega)\leq\beta R^*(h),\ \mu_G^*(h)^-\leq y\leq\mu_G^*(h)^+$$
$$\Leftrightarrow\mu_G^*(h)^-\leq d(\omega)-\mathbf{a}^t\mathbf{x}+\beta R^*(h),\ \mu_G^*(h)^+\geq d(\omega)-\mathbf{a}^t\mathbf{x}-\beta L^*(h)$$
$$\Leftrightarrow\mathbf{a}^t\mathbf{x}-\beta R^*(h)+\mu_G^*(h)^-\leq d(\omega)\leq\mathbf{a}^t\mathbf{x}+\alpha L^*(h)+\mu_G^*(h)^+$$

ただし，$\mu_G(r)$ は $r<-f_0$ で非減少，$r>f_0$ で単調増加，かつ $-f_0\leq r\leq f_0$ で 1 である上半連続関数であるとする。また，$L^*(h)$，$R^*(h)$，$\mu_G^*(h)^-$，$\mu_G^*(h)^+$ は擬逆関数であり，次の条件により定義される。

$$L^*(h)=\sup\{r|L(r)>h,\ r\geq 0\},\ R^*(h)=\sup\{r|R(r)>h,\ r\geq 0\},$$
$$\mu_G^*(h)^-=\inf\{r|\mu_G(r)>h\},\ \mu_G^*(h)^+=\sup\{r|\mu_G(r)>h\}。$$

ここで，

$$t(\mathbf{x},\ h)\triangleq\mathbf{a}^t\mathbf{x}-\beta R^*(h)+\mu_G^*(h)^-,$$
$$T(h)\triangleq\alpha L^*(h)+\beta R^*(h)+\mu_G^*(h)^+-\mu_G^*(h)^-$$

とおくと $\mathbf{P}_2$ は次の $\mathbf{P}_3$ になる。

$\mathbf{P}_3$：$-\mathbf{cx}+Q(h)\to$最大

条件　$\Pr\{t(\mathbf{x},h)\leq d(\omega)\leq t(\mathbf{x},h)+T(h)\}\geq\theta$

$0\leq h\leq 1,\ \mathbf{x}\geq 0.$

次に $\mathbf{P}_3$ の制約式を等価確定条件に変換する。$T(h)$ は h の減少関数であり，積分区間の大きさを表している。$d(\omega)$ の確率分布関数 F を用いると制約式は

$$F(t+T)-F(t)\geq\theta$$

となる。$s(t)=F(t+T)-F(t)$ とおき，$s(t)\geq\theta$ を満たす $s(t)$ の範囲を求める。

$s(t)$ 導関数は $\dfrac{ds(t)}{dt}=f(t+T)-f(t)$

となる。fを単峰関数，すなわち，$t<m$では単調増加関数であり，$t \geq m$では単調減少関数と仮定する。このとき，$\frac{ds(t)}{dt}=0$を満たすtをt_0とすると，t_0はただ一つに決まり，$s(t)$の増減は次の表1のようになる。

表1

t	$-\infty$	$\cdots$	t_0	$\cdots$	$+\infty$
$s'(t)$		$+$	0	$-$	
$s(t)$	0	↗	最大	↘	0

従って$s(t) \geq \theta$となる範囲は

$$\gamma^*(h)^- \leq t(\mathbf{x},\ h) \leq \gamma^*(h)^+ \Rightarrow \gamma^*(h)^- \leq \mathbf{a}^t\mathbf{x} - \beta R^*(h) + \mu_G^*(h)^- \leq \gamma^*(h)^+$$

となる。ただし，$\gamma^*(h)^- = \inf\{t|s(t) \geq \theta\}$，$\gamma^*(h)^+ = \sup\{t|s(t) \geq \theta\}$ である。そこでP_3は次のP_4と等価となる。

P_4：$-\mathbf{cx}+Q(h) \rightarrow$最大

　条件　$\nu_1(h) \leq \mathbf{a}^t\mathbf{x} \leq \nu_2(h)$，$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

ここで，

$$\nu_1(h) = \gamma^*(h)^- + \beta R^*(h) - \mu_G^*(h)^-,$$

$$\nu_2(h) = \gamma^*(h)^+ + \beta R^*(h) - \mu_G^*(h)^+$$

である。P_4は[4]で発表した我々の方法で解くことができる。一般的には$\nu_1(h)$，$\nu_2(h)$の符号が関係していてそのためには確率分布を与えないといけない。

（目的関数における係数がファジィランダム変数である問題の紹介）

次の問題P_5を考える。

P_5：$\mathbf{cx} \rightarrow$最小

　条件　$A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$，$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

ただし，$\mathbf{c} = (c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_n)$，$A = (a_{ij})$，$\mathbf{b} = (b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_m)^t$，$\mathbf{x} = (x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)^t$とする。$c_j$，$j=1, 2, \cdots, n$を次のメンバーシップ関数$\mu_{C_j(\omega)}(c_j)$で特徴付けられるファジィランダム変数$C_j(\omega)$とする。

$$\mu_{C_j(\omega)}(c_j)=\begin{cases} L\left(\dfrac{c_j-d_j(\omega)}{\alpha_j}\right)(c_j\leq d_j(\omega)) \\ R\left(\dfrac{d_j(\omega)-c_j}{\beta_j}\right)(c_j\geq d_j(\omega)) \end{cases}$$

ここでLは $[0, \infty)$ から $[0, 1]$ への関数で$0\leq r\leq r'$ において狭義減少かつ$r\geq r'$ において値 0 をとる連続関数とする。Rに関しても同様の条件を満たすとする。α_j, β_j はメンバシップ関数の広がりを表すパラメータであり，正の定数である。$d_j(\omega)$は平均値 m_j と分散共分散行列 $V=[\nu_{kl}]$ をもつ多次元正規分布に従う確率変数であるとし，この分散共分散行列は正定値とする。簡略化のためにファジィランダム変数 $C_j(\omega)$を以下では $(d_j(\omega), \alpha_j, \beta_j)_{LR}$ と表すものとする。拡張原理により，目的関数 $y=\mathbf{cx}$ は次に導出されるメンバシップ関数によって特性づけられるファジィランダム変数 $Y(\omega)$となる。

$$\mu_{Y(\omega)}(y)=\sup_{y=\mathbf{cx}}\{\mu_{C_1(\omega)}(c_1)\wedge\mu_{C_2(\omega)}(c_2)\wedge\cdots\wedge\mu_{C_n(\omega)}(c_n)\}$$

係数 c_j はL-Rファジィ数の平均が確率変数になったものであるため，L-Rファジィ数の演算が適用でき，ファジィランダム変数 $Y(\omega)$ は

$$Y(\omega)=\left(\sum_{j=1}^{n}d_j(\omega)x_j,\ \sum_{j=1}^{n}\alpha_j x_j,\ \sum_{j=1}^{n}\beta_j x_j\right)_{LR}$$ となる。

目的関数値に対し“だいたい f_0 以下である”というファジィ目標 Gを設定する。ファジィ目標はメンバシップ関数 $\mu_G(\cdot)$ で特性付けられるものとし，メンバシップ関数 $\mu_G(\cdot)$ は$y\geq 0$ で定義され，$0\leq y\leq f_0$ において 1 であり，$y\geq f_0$ において単調減少な連続関数であるとする。最適化基準としては次の可能性測度 $\Pi_{Y(\omega)}(G)$を定義する。

$$\Pi_{Y(\omega)}(G)=\sup_{y}\min\{\mu_{Y(w)}(y), \mu_G(y)\}$$

これらの下で P_5 に対して次の意思決定モデルとしての P_6 を考える。ここでもどのような立場で行動するかによってモデルの設定が違ってくることに注意したい。

P_6：$h\to$最大

　　条件　$\Pr\{\Pi_{Y(\omega)}(G)\geq h\}\geq\alpha,\ A\mathbf{x}\leq\mathbf{b},\ \mathbf{x}\geq 0$

P_6 は $\mathbf{P}_2$ から $\mathbf{P}_4$ を得たように変形を行って次の P_7，そして不確実性が正規分布により与えられていることから最終的に等価確定問題 P_8 に変換される。

P_7：$h \rightarrow$ 最大

$$\text{条件} \quad \Pr\left(\sum_{j=1}^{n}\{d_j(\omega)-L^*(h)\alpha_j\}x_j \leq \mu_G^*(h)\right) \geq \alpha,\ A\mathbf{x} \leq \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq 0$$

P_8：$h \rightarrow$ 最大

$$\text{条件} \quad \sum_{j=1}^{n}\{m_j-L^*(h)\alpha_j\}x_j+K_\alpha\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sigma_j^2 x_j^2} \leq \mu_G^*(h),\ A\mathbf{x} \leq \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq 0$$

ここで $F(\cdot)$ を標準正規分布の分布関数として，$K_\alpha = F^{-1}(\alpha)$，また，$L^*(h)$，$\mu_G^*(h)$ は擬逆関数であり，以下のように定義されている。

$$L^*(h) = \begin{cases} \sup\{r \mid L(r) > h,\ r \geq 0\} & (0 < h \leq 1) \\ \infty & (h = 0) \end{cases}$$

$$\mu_G^*(h) = \sup\{r \mid \mu_G(r) \geq h\} \qquad (0 \leq h \leq 1)$$

この問題は我々が[3]で開発した解法で解くことができるが詳細は省略する。

上記のように元は線形計画問題でも等価確定問題は複雑な非線形計画問題となり，一般的には解法は困難である。さらには，得られた最適解の解釈も重要となる。

4．ファジイランダムモデルの応用例

例として在庫問題をあげたいと思うのは2つの理由からである。1つは我々がファジィランダム変数を最初に応用したモデルが新聞売り子問題という古典的で基礎的な在庫問題であったことである。2つめは1つめとも関係しているが，品切れ費用が昔から積算が難しく曖昧であり一方で需要は製品があって初めて生まれるものなので，少なくとも製造時点あるいは仕入れ時点では確率変動と考える事ができるから，合わせるとその利益関数は[4]で定義されたハイブリッド数と言われるファジィランダム変数となることである。このファジィ新聞売り子問題について考えていく。

今はなくなったが，昔梅田の地下街特に地下鉄御堂筋線と阪神百貨点の間の広場では新聞を屋台で売っていた。新聞毎に異なっていたかどうかは覚えていないが，競争は熾烈であったように思う。このような状況のときの新聞の仕入れ量の決定問題である。

（ファジイ新聞売り子問題）

従来のモデルをまず説明する。

b：新聞の単位当りの仕入れ量（定数），a：新聞単位当りの販売利益（定数），c：品切れ費用（定数，ファジィ版ではファジィ数），Y：新聞の需要量（非負の離散値をとる確率変数）とする。仕入れ量を x で実際の需要量が y であるとき利益は

$$e(x, y) = \begin{cases} ay - b(x-y) & (y \leq x) \\ ax - c(y-x) & (y > x) \end{cases}$$

となるので，$Y=y$ である確率を $p(y)$ とすると期待利益関数 $E(x)$ は

$$E(x) = \sum_{y=0}^{\infty} e(x, y)p(y) = \sum_{y=0}^{x}\{ay - b(x-y)\}p(y) + \sum_{y=x+1}^{\infty}\{ax - c(y-x)\}p(y)$$

とかける。

$$\begin{cases} E(x) \geq E(x-1) \Leftrightarrow \sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \dfrac{a+c}{a+b+c} \\ E(x+1) \leq E(x) \Leftrightarrow \sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \dfrac{a+c}{a+b+c} \end{cases}$$

が成り立つことから，最適な仕入れ量 x^* は次の条件を満たさねばならない。

$$\sum_{y=0}^{x^*-1} p(y) \leq \frac{a+c}{a+b+c} \leq \sum_{y=0}^{x^*} p(y)$$

すなわち，確率分布関数が最初に $\dfrac{a+c}{a+b+c}$ を超えるときの仕入れ量 x が最適となる。

次に品切れ費用が次のようなメンバシップ関数で表されるような L ファジ

ィ数$\tilde{c}$と推定される場合を考えよう。

$$\mu_{\tilde{c}}(t)=\max\{L(t-m), 0\}$$

ここでmを正の実数とし，型関数$L：R\to R$は以下の条件を満たすとする。

1．$L(t)=L(-t)\ {}^{\forall}t\in R$　2．$L(t)=1$ *iff* $t=0$

3．Lは$[0, +\infty)$上で広義単調減少

4．$t_0=\inf\{t>0\,|\,L(t)=0\}$とおくとき，$0<t_0<+\infty$が成り立つ。

期待利益関数 $E(x)=\sum_{y=0}^{x}\{ay-b(x-y)\}p(y)+\sum_{y=x+1}^{\infty}\{ax-c(y-x)\}p(y)$

も拡張原理から次のようなメンバシップ関数をもつLファジィ数となる。

$$\mu_{E(x)}(t)=\max\left\{L\left(\frac{t-m\alpha'(x)-\beta(x)}{\alpha'(x)}\right), 0\right\}$$

ここで

$$\alpha'(x)=-\sum_{y=x+1}^{\infty}(y-x)p(y),\ \beta(x)=ax+(a+b)\left\{\sum_{y=0}^{x}yp(y)-x\sum_{y=0}^{x}p(y)\right\}$$

である。さらに，$\tilde{C}(x)=-E(x)$，$\alpha(x)=-\alpha'(x)$とおくと$\tilde{C}(x)$のメンバシップ関数$\mu_{\tilde{C}(x)}(t)$が以下のように与えられる。

$$\mu_{\tilde{C}(x)}(t)=\max\left\{L\left(\frac{t-m\alpha(x)+\beta(x)}{\alpha(x)}\right), 0\right\}$$

ファジィ数同士の順序についてはFurukawa［2］が有効である。このためにLファジィ数をさらに限定して以下の形のメンバシップ関数を持つと考える。実際には品切れ費用は推定されて用いられるのでこの形でも充分に役に立つ。

（仮定1）

ここでは以下の条件を満たすLファジィ数$\tilde{A}$を仮定する。

1．$\mu_{\tilde{A}}：R\to[0, 1]$

2．次のような唯一の実数m_Aが存在する。

(a)　$\mu_{\tilde{A}}(m_A)=1$　　(b)　$\mu_{\tilde{A}}$は$(-\infty, m_A]$で非減少関数

(c)　$\mu_{\tilde{A}}$は$[m_A, +\infty)$で非増加関数

この m_A を $\tilde{A}$ の中心という。以後この条件を満たすメンバシップ関数

$$\mu_{\tilde{A}}(t)=\max\{L((t-m_A)/\alpha),0\}\quad t\in R$$

をもつ L ファジィ数 $\tilde{A}$ を $\tilde{A}=(m_A,\ \alpha)_L$ として表す。

定義 1. ファジィ順序

2つのファジィ数 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ についてファジィ順序 $\tilde{A}\leq\tilde{B}$ を以下のように定義する。

1. $m_A\leq m_B$
2. 以下のような実数 d が存在する。
   (a) $m_A\leq d\leq m_B$
   (b) $\mu_{\tilde{A}}(t)\geq\mu_{\tilde{B}}(t)$ $({}^{\forall}t<d)$
   (c) $\mu_{\tilde{A}}(t)\leq\mu_{\tilde{B}}(t)$ $({}^{\forall}t>d)$

この順序は半順序である。Furukawa [2] は次の有用な判定定理を示した。

定理 2.

2つの L ファジィ数 $\tilde{A}=(m_A,\ \alpha)L$, $\tilde{B}=(m_B,\ \beta)_L$ に対して

$$\widetilde{A}\leq\widetilde{B}\Leftrightarrow t_0|\alpha-\beta|\leq m_B-m_A$$

この順序のもとで $\tilde{C}(x)$ が最小になる x が最適仕入れ量になるが，半順序のため一意には決まらない。このための基準は次の定理で与えられる。

定理 3.

$F(x)=\sum_{y=0}^{x}p(y)$ とし，x^lを $F(x-1)\leq\dfrac{a+m}{a+b+m}$ を満たす最大の x, x^uを

$F(x)\geq\dfrac{a+m+t_0}{a+b+m+t_0}$ を満たす最小の x とすると，ファジィ順序の意味で最適な仕入れ量 x^f は $x^l\leq x^f\leq x^u$ となる。

品切れ費用がファジイ品切れ費用の中心 m としたときには x^l が最適仕入れ

量となるので，曖昧性があるときは幾分余分に仕入れた方がよいことがわかる。このことはまさしく不確実性と不確定性の下での生きる知恵を授けてくれる良い例である。

5. おわりに

古来から人間の営みは不確実，不確定さに苛まれてきた。原始虎に夜襲われるかもしれないとなると，ずっとおきていなければならない。もし，来ないとなるとおきている必要はなくなる。このために火を焚けば来ないので安心である。不確実さをなくすことは特に危険と隣り合わせである時には重要な価値をもつ。我々が株式と言う“高等な”ものも含めて，賭けをする時にはできるだけ情報を集めて，不確実性を少なくしようとする。そのために悪者はインサイダー取引を考えるなど，その対価を払おうとする。これがいわゆる情報の価値と呼ばれるものの中身である。我々の行っている研究もそうである。大変な努力をして解析をして結果を得たとしても誰かが先に行っているかもしれない。このような競争社会では特にそうであるが，不確実で不確定であるからできる一面もある。ファジィランダム変数もそうである。数学的にはいろいろ研究されてきつつあったが，最適化あるいは意思決定に応用することはほとんどなされてこなかった。新しいことはたいてい成果が得られるか不確実，不確定であるが，そこで頑張ってこそ進歩がある。安定で確定は往々にして古さや惰性の象徴である。私も最初オペレーションズ・リサーチにファジィ概念を導入しファジィＯＲを研究し始めた時は意外にもＯＲ学会の人から，変人扱いされたものであります。

最後にランダムファジィ変数についての夢を語ってこの小論を閉じたいと思います。数学的には厳密ではありませんが，ランダムファジィ変数はある可能性でもって確率事象を考えるというものであります。これからある可能性で景気が変動し，景気が良くなれば，株価はある確率パターンで変動するというのがその例として考えられる。さらには，農業問題では年毎に幾つかの変動パタ

ンがあり，これが不確定に起こり，作物の収穫は確率的に変動すると考えられる。これからはこのランダムファジィ変数を用いた意思決定の研究をしようと思っている。曖昧さというにはまさしく人間の無知を意味し，確率変動は膨大な情報を処理できれば消えるのではないかと考えている。それが証拠に天気予報は物理現象の解明によってより確実になってきている。

謝辞　このような機会を与えて頂いた神戸学院大学経済学部　塩出省吾教授に感謝致します。また，一緒にこの研究を行ってきている広島大学片桐英樹博士にも感謝致します。

参考文献

[1] T. Fukuda: On a Class of fuzzy random vectors, Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems 10 (1998) 499-505.

[2] N. Furukawa: A Parametric Total Order on Fuzzy Numbers and A Fuzzy Shortest Route Problem, Optimization 10 (1994) 367-377.

[3] Hiroaki Ishii, S. Shiode, T. Nishida and K. Iguchi: An Algorithm for a Partially Chance Constrained E-Model, Journal of the Operations Research Society of Japan 22 (1979) 263-273.

[4] T. Itoh and Hiroaki Ishii: Fuzzy Two-stage Problem by Possibility Measure, Mathematica Japonica 46 (1997) 279-288.

[5] A. Kaufman and M. M. Gupta: Introduction to fuzzy arithmetic; Theory and applications, Van Nostrand Publishers (1998).

[6] H. Kwakernnak: Fuzzy random variable, Definition and theorems, Information Sciences 15 (1978) 1-29.

[7] R. Kruse and K. D. Meyer: Statistics with vague data, D. Reidel Publishers (1987)

[8] S. Li and Y. Ogura: Fuzzy random variables, conditional expectation and fuzzy valued martingales, Journal of Fuzzy Mathematics 4 (1996) 905-927.

[9] M. L. Puri and D. A. Ralescu: The concept of normality for fuzzy random variables, The annals of Probability 13 (1985) 1373-1379.

[10] M. L. Puri and D. A. Ralescu: Fuzzy random variables, Journal of Mathematical Analysis and Application 114 (1986) 409-422.

[11] G. Wang and Y. Zhang: The theory of fuzzy stochastic process, Fuzzy Sets and Systems 51 (1994) 161-178.

[12] N. Watanabe: Fuzzy random variables and statistical inferences, Journal of japan Society for Fuzzy Theory and Systems 8 (1996) 126-135.

[13] C. Zhong and Z. Guohua: The equivalence of two definitions of fuzzy random variable, Preprints of Second IFSA Congress (1986) 59-62.

[14] 片桐英樹：不確実性・不確定状況下での数理的意思決定の基礎的研究，大阪大学学位論文（1999）